

**Composition de Physique A, Filière PC
(XE)**

**Rapport de MM. Pascal HÉBRAUD, Stéphane NONNENMACHER et
Pascal PANIZZA, correcteurs.**

Le sujet, comportant quatre parties, portait sur l'étude des pièges optiques et leur utilisation en biophysique pour mesurer les caractéristiques mécaniques de molécules d'ADN.

La première partie visait à décrire le principe de tels pièges. Elle consistait à étudier les diverses forces s'exerçant sur une particule diélectrique soumise à un champ électromagnétique unidirectionnel non uniforme, et à caractériser la position d'équilibre mécanique résultante et sa stabilité.

La seconde partie étudiait la mise en œuvre d'un piège optique par l'utilisation d'un faisceau laser focalisé par un objectif de microscope.

La troisième partie étudiait la calibration du piège en utilisant les fluctuations thermiques et un forçage périodique.

Enfin la quatrième et dernière partie du problème illustre l'utilisation de ce piège pour une application biophysique importante : la mesure de l'élasticité d'une molécule d'ADN.

On a relevé un oubli dans l'énoncé : à la question **18**, l'application numérique nécessitait une valeur numérique de la puissance du laser, qui manque dans l'énoncé. Cela dit, cette question a été traitée par très peu de candidats, et ceux-ci ont généralement proposé une valeur pour cette puissance.

Le sujet n'était pas de longueur excessive, et pouvait être traité confortablement en 4h. De plus, les quatre parties étaient relativement indépendantes les unes des autres. De nombreux résultats intermédiaires donnés dans l'énoncé permettaient aux candidats de traiter le sujet dans son ensemble, en abordant les diverses parties séparément. En procédant de la sorte, un nombre important de candidats a pu largement aborder toutes les sections. Cependant, chaque partie comportait une ou deux questions "plus difficiles", qui ont été généralement peu traitées.

Ce sujet permettait de tester les connaissances des candidats sur une grande partie du programme de physique des classes préparatoires, balayant plusieurs thèmes : mécanique du point, électromagnétisme, optique géométrique et ondulatoire, mécanique des fluides. Néanmoins, pour chacun de ces thèmes les connaissances demandées aux candidats étaient assez limitées. Les questions "de cours" ont été globalement bien traitées.

Malgré tout, un certain nombre de candidats (même parmi les bonnes copies) ont choisi de ne pas traiter une des parties. Plutôt qu'à un manque de temps, ce choix correspond sans doute à une impasse dans la connaissance du cours. Il est regrettable que les candidats ne jugent pas indispensable de connaître les notions élémentaires de chaque partie du programme.

Les correcteurs ont cependant eu la satisfaction de lire quelques copies dans lesquelles les candidats répondaient de façon à la fois concise, claire et correcte à la quasi-totalité des questions.

La répartition des notes est résumée dans le tableau suivant (pour les candidats français) :

$0 \leq N < 4$	109	7,99 %
$4 \leq N < 8$	411	30,11 %
$8 \leq N < 12$	502	36,78 %
$12 \leq N < 16$	275	20,15 %
$16 \leq N \leq 20$	68	4,98 %
Total	1365	100 %
Nombre de copies : 1365		
Note moyenne : 9,31		
Écart-type : 3,87		

Remarques générales :

Rappelons comme chaque année quelques règles générales, qui, bien qu'évidentes, restent pourtant assez peu respectées par de nombreux candidats :

- De nombreuses copies sont rédigées dans un français très approximatif et présentent de multiples erreurs grammaticales et orthographiques. Cela nuit malheureusement tant à la clarté qu'à la compréhension des explications données pour justifier un raisonnement ou un résultat. Rappelons qu'il ne suffit pas que le résultat final à une question soit correct pour obtenir les points correspondants. Un raisonnement rigoureux, exprimé de manière explicite et concise est attendu. Le résultat final doit être lisible et clairement identifiable, en étant, par exemple, encadré ou souligné. Une mauvaise graphie sur les chiffres (en particulier les puissances de 10) donne parfois lieu à un résultat illisible, donc compté comme faux.
- Il est affligeant de constater que des réponses à des questions données sous forme d'expressions littérales sont dimensionnellement incorrectes. Nous encourageons vivement les candidats à vérifier systématiquement l'homogénéité de leurs résultats. Notons par ailleurs, qu'un résultat numérique est toujours considéré faux s'il est présenté sans unités. D'autre part, les candidats doivent également veiller à ce que le nombre de décimales significatives données soit pertinent, en adéquation avec la précision des mesures ou des calculs.
- Des résultats donnés sans aucune explication ne peuvent pas être considérés comme valides. Il est essentiel de justifier les hypothèses faites et d'invoquer les principes appliqués lors d'un raisonnement. Il convient également de bien penser à définir

de manière très explicite les variables introduites pour mener à bien un calcul. Un dessin précis peut souvent se révéler utile, pour autant qu'il soit cohérent avec le texte, et si possible aussi avec l'énoncé.

- Il est désolant de constater que certains candidats confondent micromètres, nanomètres, picomètres, et n'ont aucune idée de la taille caractéristique d'un atome ou d'une molécule.
- Dans les questions où on demande de démontrer une formule donnée dans l'énoncé, un certain nombre de candidats font semblant de mener à bien le calcul, et entourent finalement le bon résultat, précédé d'une formule du type : "on trouve donc bien..", alors que leurs calculs sont faux ou inconsistants. Ils espèrent peut-être que le correcteur, harassé, passera rapidement sur les calculs et se portera directement à la conclusion. Ce comportement, clairement malhonnête, est inadmissible ; il entraîne une sévérité accrue vis-à-vis du reste de la copie.

Commentaires par question

Partie I : Force exercée par le champ électromagnétique sur une particule diélectrique

I.1 : Force de piégeage

1 Cette question de cours a été bien traitée dans l'ensemble. On relève quelques erreurs sur la direction du moment dipolaire, probablement à cause du choix de l'énoncé (le dipôle est dirigé selon $\vec{BA}$).

2 Question de cours relativement bien abordée. On a admis ici la réponse $F = 0$, même si par la suite on voulait tenir compte des variations du champ électrique. Quelques confusions sur l'origine du champ électrique : quelques candidats redonnent la formule du champ est engendré par les charges du dipôle, alors que dans l'énoncé il s'agit bien d'un champ extérieur. La notation $\vec{p} \cdot \nabla \vec{E}$ pose souvent des problèmes, elle est confondue avec $\vec{p} \cdot \nabla \cdot \vec{E} = \vec{p} \operatorname{div} \vec{E}$.

3 Un nombre important de candidats s'est contenté de répondre que le champ électrique met en rotation le dipôle sans préciser autour de quel axe, ni sa position d'équilibre.

4 De nombreux candidats ont répété la réponse $F = 0$, déjà exprimée en 2. Sinon, beaucoup ont exprimé la force à partir de l'énergie potentielle d'un dipôle rigide, alors que rien ne justifie dans l'énoncé que c'est le cas. Une lecture attentive de la question **7** leur aurait sans doute permis d'éviter cette erreur.

5 Un nombre relativement faible de bonnes réponses à cette question, pourtant de cours (un champ non uniforme déplace le dipôle vers les régions où le champ électrique présente un maximum).

6 Cette question d'analyse dimensionnelle a été bien traitée par la grande majorité des candidats.

7 Ici aussi, de nombreux problèmes d'interprétation de la formule $\vec{E} \cdot \nabla \vec{E}$. Peu de candidats ont pensé à invoquer la stationnarité du champ électromagnétique et l'équation de Maxwell-Faraday pour justifier $(\nabla \wedge \vec{E}) = 0$.

I.2 : Stabilité du piège et force de diffusion

8 Plutôt que de définir l'équilibre comme un point où la somme des forces est nulle, la plupart des candidats introduisent une énergie potentielle E_p , et définissent l'équilibre comme un point critique. C'est correct ici, même si le caractère conservatif de la force n'est pas discuté. D'autre part, les candidats oublient souvent de donner l'expression littérale de cette énergie ; cet oubli les amène par la suite à confondre, pour des raisons de notation, l'énergie potentielle avec le champ électrique, E_0 , et donc à exprimer la condition de stabilité sous la forme (fausse) $\frac{d^2 E_0}{dz^2} > 0$.

Pour une proportion faible mais néanmoins significative des copies, la condition de l'équilibre mécanique s'écrit de manière surprenante : $d\vec{F}/dz = 0$.

9 Question ne présentant pas de difficulté majeure et pour laquelle l'immense majorité des candidats a répondu de manière correcte, mais parfois très alambiquée.

10 De trop nombreux candidats se sont contentés d'écrire que la somme des deux forces était nulle à l'équilibre, sans exprimer explicitement la relation qui relie le champ électrique et sa dérivée spatiale à la position d'équilibre. Une fraction importante de ceux qui ont exprimé cette condition (valable uniquement à la position d'équilibre), l'ont ensuite interprété comme une équation différentielle sur le champ, qu'ils ont intégrée afin d'exprimer le champ électrique en fonction de z , notamment en vue de répondre à la question **12**. Ce résultat est bien entendu totalement erroné et dénote un manque de compréhension flagrant sur la définition du point d'équilibre.

11 Question très mal traitée, le résultat est la plupart du temps donné sans explication. Peu de candidats prennent le temps de discuter le signe de la dérivée du champ électrique à la position d'équilibre, et la conséquence qui en résulte sur le déplacement de l'équilibre lorsqu'on prend en compte la force de diffusion.

12 Question essentiellement calculatoire, nécessitant d'avoir bien traité la question **10**. Très peu de candidats ont su répondre correctement, et on compte un certain nombre de copies "malhonnêtes" prétendant obtenir le bon résultat.

Partie II : Faisceau laser focalisé par un objectif de microscope

13 De trop nombreux candidats se contentent de donner le résultat littéral final sans aucune justification physique ni schéma explicatif permettant de définir la différence de

marche entre les rayons lumineux. Seuls les candidats qui ont pris le soin d'expliquer le principe de Huyghens-Fresnel et/ou la condition de Fraunhofer (et non de Frau Hauffer !) nécessaire pour arriver au résultat final ont obtenu la totalité des points. Les dessins de fente sont souvent minuscules, rendant difficile de représenter les notations de façon lisible.

14 Le résultat littéral est donné souvent sans explication. La représentation graphique de l'intensité lumineuse en fonction de l'angle d'observation est très souvent approximative, notamment aux abords des positions où elle s'annule avec, de manière surprenante des points de rebroussement. Dans d'autres copies, l'intensité est négative dans certaines régions angulaires. Plusieurs candidats pensent que l'intensité est donnée par le module de l'amplitude.

15 Question de cours ne présentant pas de difficulté. Cependant, près d'un tiers des copies confondent le sinus et la tangente.

16 L'erreur la plus courante a consisté à exprimer pour w , le rayon de la tache centrale au lieu de son diamètre. Une simple analyse dimensionnelle aurait par ailleurs permis à un nombre significatif de candidats d'éviter de donner une expression littérale fautive pour w .

17 Très peu de réponses correctes à cette question réclamant un peu de sens physique. La majorité des candidats semble ignorer ce qu'est un flux et donne des réponses dont la dimensionnalité est fautive (ils confondent puissance, énergie, flux). Les candidats devaient dans un premier temps justifier le fait que la quasi-totalité de l'intensité transmise l'était à travers le premier lobe de diffraction, puis utiliser la définition du vecteur de Poynting.

18 Question très rarement abordée, dans la mesure où la réponse à cette question nécessitait d'utiliser le résultat obtenu à la question précédente, et demandait une bonne compréhension physique du phénomène. L'oubli, dans l'énoncé, d'une valeur numérique pour la puissance du laser ne permettait pas aux candidats d'effectuer l'application numérique demandée, mais certains (rares) ont proposé une valeur, plus ou moins réaliste, pour mener le calcul jusqu'au bout.

Partie III : Calibration du piège par les fluctuations thermiques

19 Un nombre restreint de candidats est capable d'expliquer de manière simple et juste la signification physique du nombre de Reynolds. Très souvent les candidats se contentent de dire que ce nombre est le rapport entre un flux convectif et diffusif, ou entre un temps de convection et un temps de diffusion, en omettant de préciser la nature réelle du phénomène de diffusion en question. L'application numérique est par ailleurs souvent fautive car la longueur caractéristique considérée est incorrecte ; par exemple, de nombreux candidats prennent pour longueur caractéristique 10 nm , au lieu de prendre le diamètre de la bille (400 nm , ou $2\text{ }\mu\text{m}$, au choix dans l'énoncé). Beaucoup prennent 1 comme valeur pour la viscosité, n'ayant pas réalisé que l'unité utilisée est le $\text{mPa}\cdot\text{s}$.

20 Peu de réponses complètes : il fallait pour cette question vérifier que l'expression donnée était dimensionnellement correcte, expliquer l'origine du signe moins et le fait que cette force varie linéairement avec la vitesse en raison du faible nombre de Reynolds (formule de Stokes).

21 Peu de candidats ont su justifier le fait que l'inertie de la bille était négligeable en raison du faible nombre de Reynolds. La notion même d'inertie est trop souvent ignorée ou confondue avec le poids, ou parfois avec son moment d'inertie. Nous avons relevé de nombreuses réponses fantaisistes : *"la bille ne tourne pas sur elle-même donc on peut négliger son inertie"*, *"les fluctuations de la bille sont une manifestation du mouvement brownien de la bille ; toutes les directions sont équiprobables, donc l'inertie propre est négligeable"*, *"la bille étant de masse négligeable devant toutes les molécules qui l'entourent, on peut négliger son inertie propre"*, *"le mouvement a lieu sur une durée très petite devant 24h, donc on peut négliger l'inertie"*.

Donner l'ordre de grandeur correct de l'inertie et se contenter de dire que la valeur obtenue est très faible n'est pas suffisant pour obtenir la totalité des points, il est impératif de comparer cette valeur aux autres forces mises en jeu dans le problème. Relativement peu de candidats ont pris la peine de justifier que l'équation (6) découlait du principe fondamental de la dynamique lorsque le poids et la poussée d'Archimède (ainsi que l'inertie bien sûr) étaient négligés devant les autres forces en présence.

22 Question ne présentant pas de difficulté majeure et bien traitée par l'immense majorité des candidats. Néanmoins, plusieurs copies calculent la partie réelle de l'amplitude, au lieu de son module.

23 Les candidats devaient calculer le comportement asymptotique dans les deux limites $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$. Très peu d'entre eux ont montré que la pente -1 à l'infini était similaire à celle du spectre représenté sur la figure 2.

24 Peu de candidats ont remarqué que l'axe des x de la figure 2 était la fréquence et non la pulsation. Le facteur 2π est ainsi absent de nombreuses copies, le résultat final étant exprimé en Hz et non pas en rad/s . On a trouvé $\log \omega_c = 200 Hz$, donc $\omega_c = e^{200} Hz$!

25 On attendait des candidats qu'ils citent un ou plusieurs exemples physiques de filtre passe-bas d'ordre 1, pas uniquement le terme abstrait de "passe-bas d'ordre 1". Les exemples les plus simples en électricité sont les filtres série $R - C$ ou $R - L$; il fallait alors préciser les grandeurs mesurées.

Partie IV : Application en biophysique

IV.1 : Modèle de chaîne idéale

26 Le résultat est souvent deviné par la lecture de l'énoncé de la question **27**, et est alors donné sans aucune démonstration. On exigeait un raisonnement précis, invoquant le fait que tous les segments sont décorrélés (pas uniquement les segments voisins).

27 La mécanique du point reste un thème souvent mal compris. Certains prétendent que l'effet du potentiel harmonique est de séparer les extrémités du brin d'ADN ! Un certain nombre de copies évoquent une "demi-force" à fournir, du fait qu'une des extrémités de la chaîne est fixe. Peu de candidats ont réalisé que la force appliquée par l'expérimentateur pour maintenir les deux extrémités de la chaîne à une distance x était (à l'équilibre) égale et opposée à la force entropique donnée par $-\nabla U(r)$.

IV.2 : Elasticité d'une molécule d'ADN

28 La valeur numérique attendue de 60 nm est obtenue par la majorité des candidats ayant abordé la question. On trouve néanmoins de nombreuses valeurs fantaisistes, par exemple $l = 10^{-34}\text{ m}$, sans s'inquiéter du côté totalement irréaliste au regard des tailles atomiques (on a trouvé : $l = 10^{-19}$: *ce résultat est faible, mais est cohérent avec l'échelle moléculaire*). La lecture du graphe en échelle semi-logarithmique pose difficulté à un certain nombre de candidats, qui cherchent à y identifier une portion de droite, alors que celle-ci n'est visible que sur un graphe en échelle linéaire.

29 Les valeurs numériques obtenues sont souvent fantaisistes et s'étalent sur plusieurs ordres de grandeurs d'une copie à l'autre (de 10^{-36} à 6.10^7 m). On a trouvé de nombreuses confusions entre x l'extension relative de la molécule, et x le déplacement dans le piège (cf. question suivante).

30 Question très peu abordée, et de façon très peu satisfaisante. Malheureusement, aucun candidat n'a bien compris le fonctionnement du piège (qui n'était certes pas décrit de façon explicite dans l'énoncé). Une extrémité de l'ADN est accroché à une bille micrométrique placée dans le piège optique, tandis que l'autre extrémité est fixée à un point mobile, donc on peut mesurer précisément la distance par rapport au piège. C'est cette distance qui donne l'extension relative de la figure 4, et qui est bien supérieure au déplacement de la particule à l'intérieur du piège. Ce déplacement minime ne sert pas à étirer l'ADN, mais à mesurer la force exercée par l'ADN sur la bille (on peut déplorer l'utilisation de la même lettre x pour les deux distances). Les candidats ayant abordé la question ont fait des remarques plus ou moins pertinentes, dépendant souvent des valeurs obtenues aux questions **28** et **29**. Exemples : "*modéliser l'ADN par une bille de la taille du micron est correct*", "*la pelote d'ADN ne forme pas une sphère homogène, donc on ne peut introduire de masse volumique, de rayon, les pièges ne sont pas adaptés*".