

### Composition de Physique A, Filière PC (XE)

**Rapport de MM. Bernard ANDRIEU et Emmanuel LEVÊQUE, correcteurs.**

Cette composition s'intéressait aux interactions entre dipôles magnétiques induits. Après l'établissement de formules générales, différentes situations physiques étaient envisagées : la cinétique d'agrégation dans une solution diluée, puis deux exemples d'utilisation pour la mesure de propriétés mécaniques de certains fluides ou gels.

Le sujet comportait quatre parties de difficulté et de longueur inégales. Seule la première partie était nécessaire pour la suite, les trois parties suivantes étant totalement indépendantes. Dans la première partie, l'expression de la force d'interaction dipolaire, qui constituait le résultat clé pour aborder les parties suivantes, était délibérément donnée dans l'énoncé, permettant ainsi aux candidats d'aborder *a priori* sans restriction toutes les parties suivantes. Dans la pratique, toutes les parties du problème ont en effet été abordées par les candidats, avec des réussites diverses. Ceci a permis un étalement satisfaisant des notes, résumé dans le tableau suivant (pour les candidats français) :

$0 \leq N < 4$	259	17,49 %
$4 \leq N < 8$	555	37,47 %
$8 \leq N < 12$	446	30,11 %
$12 \leq N < 16$	189	12,76 %
$16 \leq N \leq 20$	32	2,16 %
Total	1481	100 %
Nombre de copies : 1481		
Note moyenne : 7,59		
Écart-type : 3,79		

Nous avons constaté moins d'erreurs d'inattention (comme les erreurs de calcul dans la transformation d'équations) ainsi qu'un progrès notable dans le traitement des applications numériques. Nous encourageons néanmoins les futurs candidats à poursuivre, et parfaire cet effort, en pensant notamment à simplifier les formules par la suppression des termes négligeables ; un exercice élémentaire qui semble encore poser problème à la majorité des candidats, par exemple dans la question III.3. Par ailleurs, nous voudrions aussi recommander (au vu des copies corrigées) :

- **de bien respecter les consignes de l'énoncé.** Ainsi, lorsqu'il est demandé de *rappeler ou donner un résultat*, une démonstration de ce résultat n'est pas exigée, et n'est d'ailleurs pas récompensée, même si la démonstration est correcte. Au

contraire, lorsqu'il est précisé de *montrer un résultat*, une démonstration du résultat est nécessaire pour obtenir les points. Comme toujours, lorsque le résultat est donné dans l'énoncé, une attention particulière est portée à la justesse de la démonstration, et toute tentative de fraude sévèrement sanctionnée.

- **de ne pas répondre en paraphrasant la question** : à la question II.6 par exemple, où il était demandé d'expliquer *pourquoi dans des solutions diluées de petites particules, les interactions dipolaires sont très faibles*. La réponse, trop souvent proposée : *les interactions sont très faibles parce que les particules sont petites et très éloignées les unes des autres*, n'a pas été acceptée car elle n'apportait pas d'argument physique, mais reprenait seulement les éléments de la question. De manière générale, les candidats devraient porter plus d'attention aux questions qualitatives où il s'agit d'expliquer ou de commenter un résultat ; un élément de réponse pertinent est toujours récompensé.
- **d'être plus attentif à la rigueur des démonstrations**. Notons à ce propos que l'utilisation de schémas, même quand ils ne sont pas demandés, est vivement encouragée pour expliciter efficacement le raisonnement suivi et, par exemple, définir sans ambiguïté les variables géométriques utilisées : coordonnées, angles, etc.

Enfin, il ne nous paraît pas inutile d'ajouter que le cours mériterait d'être mieux su dans de nombreux cas.

## Partie I

Cette partie examinait les interactions entre deux dipôles électriques, puis entre deux particules magnétisables dont le moment dipolaire était induit par un champ magnétique extérieur constant. Les questions de cette partie étaient en relation directe avec le programme d'électrostatique et de magnétostatique.

**I.1** Malgré les recommandations de l'énoncé, de nombreux candidats n'ont pas précisé les notations utilisées. À noter également que des lignes de champ devaient être orientées.

**I.2** Moins de la moitié des candidats ont été capables de retrouver l'expression du potentiel et du champ créé par un dipôle électrique ; il s'agissait pourtant là d'une application directe du cours. Le tracé des lignes de champ n'a, quant à lui, été correct que dans un tiers des copies.

**I.3** On pouvait ici donner directement l'expression de l'énergie potentielle d'un dipôle sans la démontrer. L'explication de l'agrégation des dipôles a très souvent été incomplète.

**I.4** Comme le résultat était donné dans l'énoncé, une vigilance particulière fut portée sur la rigueur de la démonstration. Certains candidats ont introduit une erreur de signe dans leur démonstration pour compenser une erreur précédente (de signe) dans l'expression de l'énergie potentielle, ce qui a bien sûr été sanctionné et a incité les correcteurs à faire preuve de moins de mansuétude dans l'examen des questions suivantes. Ajoutons

qu'il est également très regrettable d'aboutir à un résultat qui ne correspond pas à l'énoncé et de ne pas réagir.

**I.5** On pouvait montrer en une ligne que la polarisabilité était homogène à un volume. Certains candidats y sont parvenus en plus de dix lignes. Toutes les réponses ont été acceptées à condition que la démonstration soit correcte (*cf.* remarques de la question précédente). La dépendance de la polarisabilité magnétique avec la taille des particules nécessitait une compréhension intuitive du magnétisme au niveau microscopique, ce que possédait moins d'un candidat sur dix. L'expression du moment magnétique et le calcul de la force d'interaction ne présentaient aucune difficulté, toutes les formules étant fournies dans l'énoncé. Pourtant, environ un candidat sur deux seulement a su fournir une réponse complète et correcte.

## Partie II

Cette deuxième partie, la plus longue et sans doute la plus difficile du problème, étudiait la cinétique d'agrégation de particules magnétisables dans un champ magnétique extérieur uniforme et en suspension dans de l'eau. Une précision lexicale importante : une particule en suspension n'est pas une particule suspendue à un fil. Cette partie faisait appel à des connaissances en mécanique du point et des fluides, ainsi qu'à l'équation de diffusion. Si il est normal que les questions les plus difficiles soient discriminantes, certaines questions plus faciles auraient dû être traitées par plus de candidats.

**II.1** Archimède a dû se retourner dans sa baignoire. Nous avons noté, au choix : l'oubli, dans la liste des forces, du poids ou de la poussée d'Archimède ou des deux, ou encore, des remarques telles que : « le poids et la poussée d'Archimède se compensent, on néglige la gravitation » ou « les masses volumiques des particules et du fluide étant égales, la résultante des forces de pression est nulle ». Certains candidats ont par ailleurs oublié la force de viscosité, alors même que la question suivante la suggérait fortement. À l'inverse, un candidat s'est distingué en faisant remarquer que la force de poussée d'Archimède n'était, en toute rigueur, valide qu'en statique des fluides. Néanmoins, la proportion ayant répondu complètement à cette question, environ un sur quatre, est trop faible.

**II.2** À noter quelques oublis du signe moins par des candidats qui avaient pourtant la relation dimensionnelle correcte. Concernant la deuxième partie de la question sur le domaine de validité de l'approximation, de nombreuses réponses équivalentes ont été acceptées.

**II.3** Il s'agissait sans doute de la question la plus difficile du problème. Établir l'équation du mouvement de l'une des particules réclamait de la méthode : il fallait d'abord montrer que les deux particules se déplaçaient l'une vers l'autre à la même vitesse (en valeur absolue) ; un raisonnement que seul un candidat sur vingt a su construire. Un schéma pouvait également aider. La relativité générale n'étant pas au programme des classes préparatoires, profitons-en pour rappeler qu'inertie et poids sont deux notions dis-

tinctes. La condition permettant de justifier que l'on puisse négliger l'inertie des particules n'a pas souvent été trouvée, la difficulté étant généralement liée à l'estimation du temps caractéristique associé à l'inertie de la particule.

**II.4** Question plutôt réussie dans l'ensemble. Un peu moins de la moitié des candidats ont démontré la dépendance en  $r^5$  avec un temps caractéristique  $\tau_b$  dimensionnellement correct, même si la valeur exacte de  $\tau_b$ , qui nécessitait d'avoir répondu correctement à la question précédente, n'a été trouvée que par un candidat sur cinquante environ. L'ordre de grandeur de  $\tau_b$  a été la plupart du temps bien évalué, même si une poignée de candidats ont proposé sans vergogne des valeurs délirantes, allant de  $10^{-31}$  à  $10^{44}$  secondes !

**II.5** La relation entre la densité et la distance moyenne entre particules a été généralement assez bien vue. L'expression de  $\tau_b$  en fonction de  $n$  n'a pas posé de problème particulier aux candidats qui avaient répondu correctement, à un facteur numérique près, à la question précédente.

**II.6** Il fallait prêter attention à l'énoncé pour justifier pleinement la faiblesse des interactions dipolaires par deux causes distinctes : la dilution et la taille des particules. Attention à ne pas répondre en paraphrasant la question.

**II.7** Pas de problème particulier pour cette question de cours : les candidats connaissaient bien mieux la loi de Fick que la loi d'Archimède. L'application numérique a également été bien réussie. Précisons que  $D$  est un coefficient cinématique, dont on exprime préférentiellement la dimension en fonction d'une longueur et d'un temps.

**II.8** Pas de remarque particulière.

**II.9** Il s'agissait de ne pas seulement paraphraser l'énoncé mais de bien justifier l'enchaînement des deux phases du mouvement. Rappelons qu'un schéma doit être explicite et complété par des indications concises permettant de saisir les éléments essentiels du raisonnement. La question a été relativement peu abordée mais assez bien traitée par les candidats qui s'y sont risqués.

**II.10** Il n'était pas si difficile de voir la condition de criticité sur la concentration, mais en déduire l'expression demandée nécessitait bien sûr d'avoir répondu aux questions précédentes.

### Partie III

Cette partie présentait une utilisation de particules magnétiques pour mesurer le module d'Young d'un gel à l'échelle microscopique. Dans une large mesure, cette partie faisait appel à l'analyse et au bon sens, plutôt qu'à des connaissances particulières.

**III.1** De nombreux candidats ont pris l'initiative d'estimer la polarisabilité en considérant le volume de chaque cylindre. Ceci était contraire à l'énoncé qui stipulait que

« l'application d'un champ magnétique induit pour chaque cylindre un moment dipolaire identique à celui qu'aurait une sphère de rayon  $a$  ». Dans ce cas, les points n'ont pas été attribués. Nous recommandons aux candidats de lire attentivement l'énoncé et de s'y conformer scrupuleusement. Enfin, attention au principe de l'action et de la réaction : quelques candidats ont ajouté en valeur absolue les forces d'attraction que chaque cylindre exerçait sur l'autre.

**III.2** Pour la signification du module d'Young, on attendait une réponse simple comme : *le module d'Young relie la déformation (relative) du matériau et la contrainte appliquée*. De nombreuses réponses ont été compliquées et souvent confuses. L'unité n'a pas posé de problème.

**III.3** Une large majorité de candidats a correctement exprimé l'équilibre entre la force magnétique et la force de compression, avec une justification parfois surprenante : un candidat a évoqué « la relation fondamentale de la dynamique au repos » (sic). Mais il fallait ensuite simplifier l'expression en tenant compte des ordres de grandeur des différents termes, ce qui a posé problème à de très nombreux candidats. Le module d'Young pouvait alors être estimé par régression linéaire en traçant la distance entre les centres des cylindres pour différentes valeurs du champ magnétique. Peu de candidats sont parvenus à l'expression simplifiée attendue et très peu ont proposé ce protocole de mesure, pourtant assez simple.

**III.4** Certaines applications numériques étaient extravagantes. Notons qu'à l'occasion de cette question, certains candidats ont répondu avec retard à la question précédente en réussissant à établir la formule simplifiée exigée.

**III.5** Cette question faisait une nouvelle fois appel au bon sens. Certains candidats ont proposé avec réussite une explication quantitative. De façon générale, cette question a plutôt été bien traitée par les candidats qui l'ont abordée.

## Partie IV

La dernière partie du problème exigeait une grande rigueur, en particulier pour exprimer (à la première question) l'énergie potentielle magnétique de l'agrégat ; il ne fallait pas s'emmêler dans la définition et l'orientation des angles. La suite de la partie ne posait pas de problème particulier et faisait appel à des connaissances de base en mécanique du solide.

**IV.1** Il fallait ici reprendre un résultat établi dans la partie I en repérant correctement l'angle entre les moments dipolaires et l'axe passant par le centre des deux particules. Un schéma pouvait grandement aider, une fois encore. Lorsque l'énergie magnétique a été trouvée, la discussion concernant les positions d'équilibre était généralement correcte.

**IV.2** On attendait ici un raisonnement impliquant la force de Stokes introduite dans la partie II. De nombreux candidats se sont contentés d'une analyse dimensionnelle  $a$

*posteriori*, ce qui n'était pas satisfaisant.

**IV.3** Nous voudrions rappeler qu'il est indispensable de préciser dans quel référentiel (d'étude) s'applique un théorème de mécanique. Il semble que la plupart des candidats ne fassent pas la différence entre le *référentiel de projection* (dans lequel on projette les équations du mouvement) et le *référentiel d'étude*. Le référentiel de projection était indiqué dans l'énoncé (figure 4). Pour le référentiel d'étude, il fallait se placer dans le référentiel barycentrique des deux particules. Dans ce cas, le candidat devait prendre l'initiative d'introduire le moment d'inertie du dimère par rapport à l'axe  $(Gy)$ ,  $G$  étant le centre de masse du dimère. Aucun candidat n'a su traiter cette question correctement. Au mieux, quelques candidats ont obtenu le bon résultat final mais sans les explications nécessaires.

**IV.4** Il fallait bien comprendre que dans le régime stationnaire, le dimère tournait en suivant le champ magnétique mais n'oscillait pas. Comme dans la question III.3, imaginer un protocole de mesure à partir d'une équation très simple pose un problème à la majorité des candidats, visiblement peu entraînée à ce type d'exercice.

**IV.5** Notons que plusieurs candidats ont proposé une description qualitative du mouvement d'oscillation du dimère tout à fait pertinente, sans pour autant avoir pu établir précédemment les équations du mouvement.