

Composition de Physique 1, Filière PC

Rapport de MM. Bernard ANDRIEU et Frédéric Van WIJLAND, correcteurs.

L'ambition de ce sujet était, d'une part, de décrire un mécanisme possible de formation d'une structure stellaire fondé sur l'instabilité de Jeans, et d'autre part, d'examiner les propriétés de stabilité d'une telle structure.

Le sujet couvrait un spectre large de domaines de la physique : la thermodynamique des gaz parfaits, le théorème de Gauss de l'électrostatique, la mécanique des fluides et la propagation des ondes sonores.

Il est assez étonnant de constater que la manipulation d'équation simples (des règles de trois) entraîne de très nombreuses erreurs de calcul (facteurs 2 oubliés en pagaille, erreurs fréquentes à chaque inversion d'une fraction, puissances incorrectes), tandis que les candidats ont en général des automatismes sur les équations aux dérivées partielles de la **partie III** qui sont assez affûtés. Des quatre parties de ce problème, la **partie II**, qui faisait appel à des connaissances élémentaires de thermodynamique, a été la moins réussie.

Le sujet se prêtait au papillonnage, et cela fait bien sûr partie des règles du jeu. Cependant, les candidats devraient prendre toutes leurs chances sur les questions qualitatives où il s'agit d'interpréter ou de commenter. Une réponse, même un peu à côté de ce que les correcteurs attendent, avec toutefois un fond de pertinence, est toujours valorisée par rapport à une absence de réponse.

Les notes des candidats français se répartissent selon le tableau suivant :

| | | |
|-------------------------|------|--------|
| 0 ≤ N < 4 | 178 | 13,0 % |
| 4 ≤ N < 8 | 556 | 40,7 % |
| 8 ≤ N < 12 | 446 | 32,7 % |
| 12 ≤ N < 16 | 149 | 10,9 % |
| 16 ≤ N ≤ 20 | 36 | 2,6 % |
| Total | 1365 | 100 % |
| Nombre de copies : 1365 | | |
| Note moyenne 7,98 | | |
| Ecart-type : 3,58 | | |

Partie I

La **partie I** se proposait, en dehors de tout attrail mathématique, de mettre le doigt sur les mécanismes physiques qui peuvent donner lieu à la formation de structures stellaires. Il ne s'agissait pratiquement que d'une suite de questions qualitatives où les temps caractéristiques de divers phénomènes étaient comparés. L'essentiel de la physique de la **partie III** était déjà contenu dans cette **partie I**.

1. Pour une question si facile, on attend une réponse précise, signe compris.

2.1, 2.2 Un candidat sur quatre a apporté une réponse erronée à cette question. Les correcteurs ne sont pas des augures, mais ils ont une idée assez précise de la qualité de la copie au vu de la réponse à cette question. Une réponse en trois pages révèle un manque de maîtrise qui va s'amplifiant au cours du sujet.

3.1. Il s'agissait d'une question un peu astucieuse, qui a dérouté la grande majorité des candidats (seulement 3% de réponses correctes). Il importait au moins d'invoquer une trajectoire rectiligne comme cas limite d'une ellipse plate. Les raisonnements faux (chute libre circulaire ou en spirale ou en quart d'ellipse ou) donnaient souvent une formule correcte du point de vue de l'analyse dimensionnelle, ce qui ne gênait pas l'application numérique de la question suivante.

3.2. C'est manifestement l'affolement lorsqu'une application numérique est demandée en l'absence de calculatrice. Les correcteurs n'attendaient pas autre chose qu'un ordre de grandeur raisonnable, en pratique une puissance de 10, de préférence entière. Au risque d'enfoncer des portes ouvertes, mais qui semblent encore fermées pour certains candidats, signalons que $\sqrt{3}\frac{7}{2}10^{3/2}\frac{5}{4\pi}$ ne constitue pas une réponse acceptable. Il peut être utile de signaler que $10^{1/2}$ vaut environ 3, de même que π . Enfin, on ne saurait trop conseiller à certains candidats de faire parfois appel à leur bon sens : des réponses comme 10^{113} s, pour la durée de chute d'une particule jusqu'au centre du soleil, contribuent certes à la bonne humeur des correcteurs mais n'en sont pas moins à éviter.

3.3. Les correcteurs ont accepté un large spectre de réponses, quand la notion de pression était, au moins implicitement, présente.

4.1. Aucun problème majeur pour cette question.

4.2. Un fraction importante des candidats, malgré un point de départ en **4.1** juste, n'arrive pas au résultat. Comme signalé en préambule, les règles de trois et la manipulation d'inégalités sont plus problématiques que les EDP de la **partie III**.

4.3. L'erreur la plus fréquente a consisté à surinterpréter la différence entre R_c et R_s , qui sont pourtant deux échelles de longueur, issues de niveaux de description différents, mais caractéristiques du même phénomène physique.

Partie II

Après une partie relativement qualitative, l'idée était de passer à une description quantitative macroscopique, et de se pencher, pour l'oublier par la suite, sur la stabilité d'une structure stellaire en équilibre. Le résultat principal de cette partie, à savoir le fait que le système gravitationnel possède une capacité calorifique négative (il se refroidit si son énergie augmente) n'a été pleinement apprécié que par une infime fraction des candidats.

1.1 Beaucoup de candidats n'arrivent pas à raisonner sur des volumes élémentaires. Une erreur récurrente est la définition de la masse volumique $\rho(r)$ comme masse moyenne par unité de volume $(m(r)/\frac{4}{3}\pi r^3)$.

1.2 Les candidats sont invités à vérifier les signes de leurs équations.

2.1. Beaucoup de candidats ont cherché à trouver l'expression de dE_g à partir de l'expression de E_g donnée dans la première partie, ce qui était possible, mais pas naturel et assez ardu (seul 1 candidat y est vraiment parvenu). Des facteurs 6/5, 3 ou autres, tous faux malheureusement, ont ainsi éclos à cet endroit

2.2. Pas de remarque particulière ici.

2.3. Il est assez décevant de constater qu'environ 2/3 des candidats ne pensent pas à utiliser une technique aussi élémentaire que l'intégration par parties.

3. Question très réussie.

4. La plupart des candidats n'ont pas su comment manipuler l'énergie interne intensive U_{mol} . Beaucoup ont appliqué l'équation d'état des gazs parfaits au système global, alors que l'énoncé indiquait clairement que la pression variait continûment avec le rayon.

5. Cette question, liée à la précédente, n'a été que peu abordée.

6. Là encore, il était possible sans connaître ce qui précédait, de glaner quelques points. Disons qu'un candidat sur cinq sait que $\gamma = 5/3$ correspond à un gaz monoatomique.

7. Cette question qualitative concluait en proposant d'analyser le mécanisme qui rend le soleil stable. Très peu de candidats (moins de 1 %) ont saisi qu'une augmentation d'énergie conduisait à une baisse de température.

Partie III

L'analyse de stabilité linéaire d'une distribution de masse uniforme était l'objet de cette troisième partie. Les candidats ont retrouvé des automatismes.

1., 2., 3. Pour ces trois premières questions, il ne s'agissait que de rappeler les équations de base. Il n'était pas nécessaire de les démontrer. Signalons tout de même que trop de candidats utilisent le signe $\frac{d}{dt}$ pour $\frac{\partial}{\partial t}$, ce qui est incorrect. Le fait que l'équation demandée en 3 soit celle rappelée dans l'énoncé a visiblement dérouté certains candidats.

4.1. Question extrêmement simple, pour laquelle il fallait quand même prendre soin de vérifier toutes les équations précédentes, pas seulement l'équation d'Euler.

4.2. Rappelons ce qui devrait être une évidence : lorsque l'énoncé pose une question, des points sont attribués pour la réponse. Il importe donc de répondre à toutes les questions posées dans l'énoncé. Plusieurs candidats ont ainsi laissé échapper quelques points en linéarisant les équations à vue, sans passer par l'étape exigée par l'énoncé. L'erreur la plus fréquente a été trouvée dans la linéarisation de l'équation déjà linéaire pour \vec{g} . Enfin, certains ont cru opportun de simplifier les opérateurs différentiels en exploitant une hypothétique symétrie sphérique qui n'était même pas suggérée. Ceci a conduit à des erreurs car, notamment, $\operatorname{div} \vec{u}(r) \neq \frac{\partial u}{\partial r}$. Enfin, pour ceux qui ont obtenu l'équation d'évolution de ρ_1 , il restait encore à l'analyser. Cette équation (identique à celle qui suivait dans l'énoncé sans le terme en $\Delta\rho_1$) présentait deux écueils à éviter. Le premier était de donner une solution en oscillateur harmonique. Le second était d'écartier la solution exponentiellement croissante pour des motifs "physiques" car c'est précisément cette solution explosive qui signale que l'état homogène n'est pas stable lorsqu'il est soumis à une petite perturbation. C'est ainsi que beaucoup ont conclu que seule l'exponentielle décroissante survivait et que l'on assistait à un rapide retour à l'équilibre. L'un des candidats a précisé que la solution ne croissait pas à l'infini car les non linéarités des équations, négligées à ce niveau de description, finissaient pas saturer cette croissance. On ne saurait mieux dire.

5.1., 5.2., 5.3. Rien à signaler, les candidats sont en terrain connu.

5.4., 5.5. Peu de candidats ont remarqué que $\lambda_J \sim R_c \sim R_s$. Il ne fallait pas à tout prix tirer des conclusions sur les différences (des $\sqrt{\pi}$ ou autres) entre ces échelles, d'autant plus qu'une infime fraction des candidats avait la bonne expression de R_s . Au contraire, quelques candidats ont bien vu que le phénomène identifié dans la première partie recevait ici une confirmation.

Partie IV

Dans cette dernière partie, l'analyse du **III** était reprise, mais cette fois-ci dans un espace en dilatation permanente. L'objectif était d'établir que l'instabilité identifiée en **III** survivait à cette modification, mais de façon moins violente. « Il fallait cependant noter que les hypothèses de cette partie étaient légèrement différentes de celles de la **partie III** : de nombreux candidats ont ainsi cru établir les équations demandées par des démonstrations certes simples, mais fausses. » Il existait une difficulté d'ordre mathématique dans cette partie, où de fréquents allers et retours entre formalismes lagrangien et eulérien étaient opérés. Ceux pour qui ces notions sont claires n'ont eu aucun problème, mais pour la plupart, la notion de dérivée totale n'étant pas intimement assimilée, des calculs d'une ligne (en principe) ont tourné au cauchemar.

1. Rien à signaler.

2.1 Bien des candidats ont opté pour une façon compliquée d'établir que la masse était constante : il s'agissait pour ceux là de considérer l'intégrale de la densité et de la dériver par rapport au temps. Cependant, il fallait prendre garde – ce qui n'a été mis en œuvre que dans une seule copie – au fait que $\frac{d}{dt} \int \rho_0(t)dV \neq \int \frac{\partial}{\partial t} \rho_0(t)dV$ car la borne de l'intégrale dépend du temps.

2.2. Les ennuis commencent avec cette question. Faute de distinguer $\frac{d}{dt}$ de $\frac{\partial}{\partial t}$, des termes supplémentaires surgissaient.

2.3. La croissance en loi de puissance a été bien identifiée.

2.4. Seul un ordre de grandeur était exigé.

3.1, 3.2, 3.3. Les remarques de **2.2** peuvent être répétées ici.

3.4. Cette dernière question n'a été complètement résolue que par une vingtaine de candidats, qui ont bien identifié l'existence d'une solution explosive confirmant un scénario analogue à la partie **III**, les lois de puissances remplaçant les exponentielles.