Composition de Mathématiques 1, Filière MP

Rapport de MM. Emmanuel GERMAIN et Bertrand MONTHUBERT, correcteurs.

Commentaire général

Ce problème concernait les équations différentielles de Sturm-Liouville. Cette épreuve comportait un peu plus de questions subtiles que certaines épreuves des années précédentes, ce qui s'est naturellement ressenti dans les copies, et a permis de mieux départager les candidats en fonction de leur capacité à saisir ces subtilités, plus que de l'habileté ou la rapidité à effectuer des raisonnements standards ou des calculs mécaniques.

La première partie était sans difficulté particulière, et reposait en grande partie sur l'utilisation du Wronskien, dont la quasi-totalité des candidats maîtrisent l'usage. On ne pouvait récolter plus de 7 points en la faisant parfaitement.

La seconde partie était un peu plus difficle, notamment avec la question 6a). On pouvait récolter 3,5 points.

Le troisième partie portait sur l'étude du nombre de zéros de certaines solution de l'équation différentielle. Elle était en cela plus originale, ce qui s'est fortement ressenti dans les copies, de nombreux candidats s'arrêtant après la question 7. Celle-ci était l'étude d'un cas particulier simple, en revanche la suite devenait plus ardue, notamment en termes rédactionnels. Cette partie permettait de réolter 7 points.

Enfin la quatrième et dernière partie pouvait rapporter jusqu'à 2,5 points. Si la question 11 était facile (en tout cas les relations (ii) et (iii)), les questions 12 et 13 ont été tès rarement faites correctement et étaient beaucoup plus difficiles.

Pour réussir cette épreuve, il fallait donc non seulement résoudre les questions « standard » mais aussi attaquer les questions plus subtiles en faisant preuve de capacités mathématiques réelles. Cette épreuve donnait aux correcteurs le sentiment de mieux pouvoir déceler les qualités mathématiques que dans des épreuves plus classiques.

Statistiques

Les notes des candidats français se répartissent selon le tableau suivant :

$0 \leqslant N < 4$	120	8,4 %
$4 \leqslant N < 8$	521	36,3 %
$8 \leqslant N < 12$	412	28,7 %
$12 \leqslant N < 16$	263	18,3 %
$16 \leqslant N \leqslant 20$	118	8,2 %
Total	1434	100 %
Nombre de copies : 1434		
Note moyenne 9,18		
Écart-type : 4,23		

Notes éliminatoires : 5 soit 0,07%

Analyse question par question

On indique pour chaque question un taux « d'efficacité » des candidats à récolter les points disponibles.

Ainsi un taux de 50% veut dire que la moyenne des points accordés à cette question atteint seulement 50% des points possibles, par exemple si seulement 50% des candidats ont traité cette question, ou alors si tous l'ont traitée de manière peu pertinente ou bien pour toutes autres combinaisons intermédiaires.

Partie 1

Question [1a, 87%]. Question de cours.

Question [1b, 49%]. Il fallait utiliser la compacité, et rédiger un minimum la réponse.

Question [2, 77% et 81%]. Pas de difficulté.

Question [3a, 98%]. Simple calcul.

Question [3b, 50%]. Première question un peu subtile. Il fallait prouver l'existence, ce qui a généralement était bien fait, mais aussi s'assurer que les exemples proposés étaient les seuls possibles... ce qui a beaucoup moins souvent été fait, tout particulièrement pour les fonctions v.

Question [4a, 83%]. Simple calcul.

Question [4b, 64%]. Un raisonnement par l'absurde donnait facilement la réponse.

Partie 2

Question [5a, 54%]. Si la plupart des candidats a perçu le fait que l'espace des solutions est de dimension inférieure ou égale à 2, et une grosse partie a bien compris que la contrainte supplémentaire entraînait une diminution de la dimension.

Question [5b, 73%]. Question simple.

Question [6a, 32%]. Cette question a rarement été traitée correctement. Une partie des candidats ont vu que la croissance devait être utilisée, mais peu ont compris qu'il fallait utliser le premier zéro de la fonction, faute de quoi le raisonnement devenait faux.

Question [6b, 55%]. Cette question reposait sur un calcul simple, mais il n'était pas évident de faire le lien avec les questions précédentes.

Partie 3

Question [7a, 90%]. Question très facile.

Question [7b, 80%]. Idem.

Question [7c, 60%]. Cette question était facile, mais souvent les candidats n'ont pas su la rédiger correctement. Il était fâcheux d'apprendre parfois que la fonction partie entière est continue.

Question [8a, 26%]. Cette question était surtout difficile en termes de rédaction. Un piège dans lequel de nombreux candidats sont tombés était l'invocation du théorème de Rolle.

Question [8b, 41%]. Cette question découlait immédiatement de la continuité uniforme, mais il fallait correctement écrire cette propriété pour en déduire l'assertion demandée.

Question [8c, 16%]. Chacun des intervalles procurait un δ, la rédaction était donc importante. Trop de candidats on utilisé un seul δ, rendant le raisonnement faux.

Question [9, 24%]. Cette question était plus subtile qu'il n'y paraissait. Il fallait d'abord faire la bonne majoration pour chaque μ en utilisant la question 7, puis utiliser la propriété de semi-continuité de la partie entière.

Question [10a, 19%]. Il s'agissait juste d'exprimer correctement le fait que N est localement constant sur un intervalle.

Question [10b, 10%]. Si un nombre raisonnable de candidats ont vu qu'il y a une infinité de solutions, cela a rarement été vraiment correctement rédigé.

Partie 4

Question [11, 31%]. Les deux premières relations étaient très cimples, et ont souvent été traitées. Ce n'était pas le cas de la troisième, qui a exceptionnelement été démontrée.

Question [12, 1%]. Cette question, beaucoup plus difficile, a exceptionnellement été traitée.

Question [13, 1%]. Idem.