Composition de Mathématiques 1, Filière MP

Rapport de MM. Emmanuel GERMAIN et Bertrand MONTHUBERT, correcteurs.

Commentaire général

A part dans le titre même de ce problème « étude d'une équation fonctionnelle » et non pas différentielle, cette épreuve ne comportait aucune difficulté ni même subtilité excepté peut-être la question 8. La première partie est une étude très classique utilisant les séries entières. On ne pouvait récolter plus de 9 points en la faisant parfaitement. La seconde, qu'il faudrait en fait étendre jusqu'à la question 11 incluse, construit des solutions par des méthodes moins conventionnelles : séries de fonctions ou par « itération géométrique » : on pouvait récolter 8 points. Enfin la question 12 pouvait rapporter jusqu'à 3 points, principalement en faisant la question ouverte 12d. Pour finir cette description « comptable », indiquons qu'il fallait traiter 93% des questions pour obtenir 20/20.

Ainsi les candidats qui ont réussi cette épreuve facile sont ceux qui ont su résoudre rapidement et de manière concise les premières questions, montrant ainsi qu'ils maitrisaient parfaitement les méthodes de base, et qui par ailleurs ne se sont pas laissés impressionner par le contexte plus inhabituel de la 2ème partie.

Statistiques

Notes éliminatoires : 0 soit 0%

Notes maximales : 1 soit 0,07%

Les notes des candidats français se répartissent selon le tableau suivant :

$0 \leqslant N < 4$	70	4,8%
$4 \leqslant N < 8$	523	35,9%
$8 \leqslant N < 12$	435	29,9%
$12 \leqslant N < 16$	326	22,4%
$16 \leqslant N \leqslant 20$	103	7,1%
Total	1457	100 %
Nombre de copies : 1457		
Note moyenne 9,62		
Écart-type : 4,04		

Analyse questions par questions

On indique pour chaque question un taux « d'efficacité » des candidats à récolter les points disponibles. Ainsi un taux de 50% veut dire que la moyenne des points accordés à cette question atteint seulement 50% des points possibles, par exemple si seulement 50% des candidats ont traité cette question, ou alors si tous l'ont traitée de manière peu pertinente ou bien pour toutes autres combinaisons intermédiaires.

Partie 1

1. [99%] No comment. Ou plutôt si. Justifier en une page (ou plus...) cette première question est déjà une erreur par la perte de temps qu'elle implique.

2. [71%] Puisqu'il ne s'agit pas d'une équation différentielle, il ne suffit donc pas de trouver une solution « évidente » pour prétendre répondre à la question.

3. [93% et 72%] Voila un exemple où le choix d'une méthode plutôt qu'une autre (ici le critère de d'Alembert) permet une réponse plus rapide et sûre.

4.a [72%] Eviter de parler de la linéarité (inexistente) de T_A et se concentrer sur la continuité de T_A et non pas celle de $T_A g$.

4.b [88%] voir question 1.

4.c [70%] un calcul destiné à préparer les questions suivantes.

4.d e [69%] L'invocation d'un beau théorème d'existence n'émeut guère les correcteurs quand il s'agit de vérifier une unicité de manière très élémentaire.

5.a [60%] Voila un petit exercice sympathique d'application du cours sur les séries de fonctions.

5.b [16%] L'erreur commune a été de penser qu'une fonction de plusieurs variables était continue (ou C^k) quand elle l'était pour chacune de ses variables séparement. Les correcteurs ont été très sévères sur ce point.

5.c [45%] Encore une jolie question d'application du cours sur les séries (ici les séries alternées). Ne pas oublier d'indiquer et vérifier les hypothèses d'un théorème qu'on souhaite appliquer. Notons aussi qu'on pouvait utiliser directement l'équation différentielle pour avoir des informations sur la positivité. Enfin si l'expression « convergence uniforme sur les compacts » avait bien un sens pour les candidats, ils ne devraient pas s'en servir pour justifier la dernière question.

Partie 2

6. [60%] Il n'y a ici finalement aucune difficulté tant l'énoncé de la question essaie de répondre à toutes les interrogations.

7. [53%] Certains ont bien vu que l'équation fonctionnelle était linéaire, mais sans la réponse explicite à la question précédente il était plus difficile d'exhiber un solution de $C_{\gamma,\alpha}$ pour un α différent de 0.

8. [2%] Il y avait deux pièges. Il fallait comprendre qu'il était necessaire de définir une nouvelle suite de coefficients, puis que la somme de ces coefficients pouvait être nulle. Ce qui était effectivement le cas...

Partie 3

9. [72%] A part le jeu sur les deux entiers k et n, la récurrence n'était pas trop difficile.

10. [38%] Quand la question a été abordée, il restait à réaliser que la situation sur les $I_{(p)}$ n'était pas la même pour p positif ou négatif. Il faut aussi redire que le théorème de Cauchy-Lipschitz ne peut s'appliquer ici.

11. [30% et 5 %] Curieusement beaucoup ont eu l'intuition de la condition (30%) mais très peu ont compris pourquoi elle était suffisante.

12.a [47%] Cette question n'est présente que pour mettre les candidats sur la piste de la solution aux questions suivantes.

12.b [38%] Heureusement qu'il y avait une indication.

12.c [26%] Un peu petit calcul qui a souvent été bien vu par ceux qui ont abordés la question.

12.d [6%] Belle question qui a souvent été bien comprise. Bravo.