

2.2 - Épreuves écrites

2.2.A - PHYSIQUE I - Filière MP

I) REMARQUES GENERALES

Le problème proposé abordait presque exclusivement la mécanique du solide. Il s'agissait de l'étude du roulement sans glissement d'une bille dans un rail cylindrique. Cela permettait de tester les candidats sur leur connaissance des théorèmes de base et leur façon de les utiliser :

- loi de distribution des vitesses dans un solide ;
- les deux théorèmes de König ;
- théorème du moment cinétique ;
- théorème de l'énergie mécanique.

L'épreuve ne contenait aucun piège et un candidat qui appliquait de manière rigoureuse les théorèmes précédemment cités pouvait facilement avoir une très bonne note.

Le jury a ainsi eu le plaisir de lire d'excellentes copies alliant rigueur et concision. A l'inverse, de nombreuses copies ne font que présenter des relations mathématiques, justes ou fausses d'ailleurs, sans aucun mot d'explication.

Le jury rappelle qu'un minimum de rédaction est indispensable pour rendre la copie compréhensible par le lecteur. Or, pour presque tous les candidats, « on a » ou « on sait que » ou, pire encore : « on a que », grammaticalement faux, semblent être le summum de l'explication, **alors que ces embryons de phrases ne justifient rien.**

Il faut citer les noms des théorèmes utilisés. Cela peut être fait de façon concise en utilisant, par exemple, les formulations ci-dessous :

- la relation de roulement sans glissement se traduit par :
- le bilan des actions mécaniques subies par le système est :
- le théorème du moment cinétique appliqué en C à la bille dans son référentiel barycentrique s'écrit :
- par application du théorème de l'énergie cinétique :
- d'après le principe des actions réciproques :, etc.

Trop souvent, l'expression est peu claire. La question 4, qui demandait de comparer qualitativement un cas de roulement sans glissement et un autre de glissement sans roulement, a donné lieu à un festival de réponses incompréhensibles. Beaucoup de candidats sont capables de dire tout et son contraire dans une même phrase. Certaines phrases, si on peut les appeler ainsi, n'ont pas de verbe. Certains écrivent dix lignes de charabia sans la moindre ponctuation. Les candidats sont invités à relire ce qu'ils viennent d'écrire à la fin de chaque question.

Très peu de copies proposent des schémas des systèmes étudiés. Pourtant, s'il y a un domaine de la Physique qui se prête bien à la schématisation des systèmes, c'est la mécanique ! Un simple schéma fait à main levée permet de voir d'un seul coup d'œil quelles sont les dimensions mises en jeu, les directions des vecteurs et leur sens. Le jury ne comprend pas **pourquoi les candidats se privent d'un outil si précieux.**

Le sujet invitait les candidats à formuler des commentaires pertinents. Les petites phrases de conclusion à propos d'un résultat sont toujours récompensées par le jury. Par exemple, on peut commenter l'influence d'une masse ou d'une longueur sur une période d'oscillations, commenter la présence d'un signe moins, etc.

II) REMARQUES PARTICULIERES

Question 1 : L'essentiel des candidats a pensé à traduire la condition de roulement sans glissement par $v(I \in \text{sphere}) = v(I \in \text{cylindre}) = 0$ mais trop souvent, le résultat final $r\dot{\theta} + (R-r)\dot{\alpha} = 0$, n'était pas correct. Pourtant, le texte demandait explicitement des commentaires qui servaient de tests.

Certains candidats ne se sont contentés que d'affirmations lapidaires comme : « c'est logique », ce qui ne constituait pas une justification convaincante, surtout lorsque le résultat était faux.

Il suffisait de faire un dessin pour montrer (avec des flèches) que θ et α n'évoluaient pas dans le même sens, ce qui permettait de vérifier les signes. Faute encore d'avoir fait un dessin, de nombreux candidats ne se sont pas aperçus que le centre de la bille décrivait un cercle de rayon $(R - r)$ et non R . Les erreurs dans cette question ont été dommageables car la relation était nécessaire pour la suite.

Question 2 : Pour avoir la bonne expression de l'énergie cinétique, il fallait appliquer le théorème de König : $E_c = \frac{1}{2} m(R - r)^2 \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$. Faute peut-être de connaître le théorème, de nombreux candidats ont oublié le terme de rotation propre de la bille. L'énergie potentielle $E_p = -mg(R - r) \cos \alpha$ a souvent donné lieu à la même erreur qu'à la première question : R au lieu de $(R - r)$. Un dessin aurait évité cela. La conservation de l'énergie mécanique a souvent été mal justifiée. Certains candidats écrivent que la réaction du rail est orthogonale au mouvement de la sphère en invoquant une absence de frottements. Cela est bien sûr faux puisque, s'il n'y avait pas de frottements, la bille n'aurait pas de rotation propre et glisserait sur le rail.

Question 3 : La linéarisation de l'équation du mouvement et la détermination de la période pour les petites oscillations n'ont pas posé de problèmes en général. Certains candidats qui avaient fait une erreur de signe ont trouvé une équation de la forme $\ddot{\alpha} - \omega_0^2 \alpha = 0$ et ont affirmé sans broncher qu'ils reconnaissaient une équation d'oscillateur harmonique, ce qui n'est pas le cas. Parmi la majorité de candidats qui a réussi cette question, certains ont explicitement vérifié l'homogénéité de leur résultat. Cette attitude est louable et devrait être un réflexe. Quelques rares candidats ont poussé le perfectionnisme jusqu'à inventer des valeurs numériques pour vérifier que la période des oscillations obtenue était plausible. Cela est un exemple de commentaire pertinent que l'en-tête du sujet incite à faire. Le jury a récompensé cette initiative.

Question 4 : Cette question a très rarement été bien traitée. L'essentiel des candidats a dit, de manière plus ou moins compréhensible, la contre-vérité suivante : Pour la bille qui glisse, il y a dissipation d'énergie par frottements, ce qui fait diminuer l'énergie mécanique. La bille qui glisse arrive donc après celle qui roule. Cela est faux pour au moins deux raisons :

- La vitesse de descente de la bille est liée non pas à son énergie mécanique, mais à la vitesse de son centre d'inertie. C'est donc sur le terme d'énergie cinétique de translation $\frac{1}{2} m v_c^2$ qu'il fallait conclure.

- Le texte disait que la bille glisse sans rouler. Si la bille ne roule pas, c'est que la réaction du rail sur la bille n'a pas de composante tangentielle. Il s'agit donc d'un glissement parfait, sans dissipation d'énergie.

De très nombreux candidats ont affirmé que le roulement sans glissement dissipait de l'énergie mécanique alors que, dans la question précédente, ils avaient écrit que ce même roulement sans glissement était responsable de la conservation de l'énergie mécanique. Une telle incohérence est inadmissible.

Question 5 : Beaucoup de candidats n'ont pas abordé cette question. Parmi ceux qui ont essayé, beaucoup ont eu du mal, y compris ceux qui avaient bien traité les questions précédentes. Certains ont essayé d'intégrer directement $\ddot{\alpha}$ en α , en séparant le numérateur et le dénominateur de $\frac{d^2 \alpha}{dt^2}$. Le jury

rappelle que cette opération est mathématiquement interdite. On ne peut séparer les variables que pour une dérivée première. Il fallait donc ici utiliser la conservation de l'énergie mécanique pour ramener le calcul à la forme $\frac{d\alpha}{dt} = f(\alpha)$, puis séparer les variables en $dt = \frac{d\alpha}{f(\alpha)}$ avant d'intégrer. Certains

candidats, qui sont arrivés au bon résultat pour $\frac{\tau'}{\tau} = \sqrt{\frac{7}{5}} > 1$, ne se sont pas émus alors que l'ordre d'arrivée des billes était en contradiction avec ce qu'ils avaient affirmé à la question précédente. D'autres sont arrivés sans s'étonner à $\frac{\tau'}{\tau} < 1$ alors que le texte définissait τ' comme plus grand que τ .

Question 6 : La nouvelle relation de roulement sans glissement a donné lieu à beaucoup d'erreurs, du même type que celles vues à la question 1. Cela était très pénalisant pour la suite du problème. Parmi les candidats qui ont obtenu la bonne relation, certains ont vérifié que le cas $\dot{\beta} = 0$ (rail immobile)

redonnait la relation de la première question. Le jury aimerait que tous les candidats aient ce bon réflexe consistant à tester la cohérence des différents résultats obtenus.

Question 7 : Le moment d'inertie de la bille par rapport à l'axe (C, \hat{k}) étant donné, le moment cinétique σ_{1c} était facile à exprimer. Il suffisait ensuite d'écrire le théorème de König pour le moment cinétique. Beaucoup de candidats ont apparemment oublié ce théorème, ou oublié de l'apprendre. Ils n'ont pas vu que σ_{10} devait contenir deux termes : un pour la translation et un pour la rotation propre de la bille.

Question 8 : Le calcul de σ_{20} n'a pas posé de problème dans la moitié des copies. Le résultat s'obtenait immédiatement puisque le sujet donnait J' , le moment d'inertie du rail par rapport à son axe de rotation, c'est-à-dire l'axe (O, \hat{k}) . Pour l'autre moitié des copies, les candidats ont mal lu le sujet et ont cru que J' était le moment d'inertie du rail par rapport à (G, \hat{k}) . Ils ont alors bataillé inutilement à coups de théorème de Huygens pour arriver à un résultat faux.

Question 9 : Pour les candidats qui ont traité correctement les deux questions précédentes, les expressions de l'énergie cinétique obtenue grâce au théorème de König n'a en général pas posé de problèmes. Il y a une analogie assez forte entre les deux théorèmes de König pour l'énergie cinétique et le moment cinétique. Chacun contient un terme de translation du centre d'inertie et un terme de rotation propre. Il est étonnant de voir de nombreux candidats penser aux deux termes pour l'énergie alors qu'ils en ont oublié un pour le moment cinétique.

Question 10 : La question demandait d'appliquer le théorème du moment cinétique en O à l'ensemble rail-bille. Globalement, la rédaction de cette question a été très médiocre, voire inexistante. Etant donné que c'était la première fois dans le problème que l'on utilisait ce théorème, il était bienvenu de l'énoncer (la notation en tenait compte). Le jury attendait que les candidats précisent le référentiel d'étude et effectuent un bilan des actions mécaniques exercées par l'extérieur sur le système, ce qui a été souvent mal fait. On peut s'étonner que les candidats qui suivent l'option sciences de l'ingénieur et dont les copies sont facilement reconnaissables, ne fassent pas un graphe de structure du système pour dresser la liste des actions mécaniques. La majorité des candidats oublie de citer l'action des fils qui lient le rail au point O . Même si cette action a un moment nul en O , il fallait le justifier. Les moments des poids sont parfois mal calculés. Là encore, un simple dessin permettait de visualiser les bras de levier des poids, ce qui donnait les moments presque sans calculs et avec le bon signe. Certains candidats tiennent compte de l'action rail \rightarrow sphère dans leur équation, alors qu'il s'agit d'une action intérieure qui n'a pas à être prise en compte dans le théorème du moment cinétique.

Questions 11 et 12 : Mêmes remarques que pour la question 10.

Question 13 : La question consistait à faire un calcul à partir des relations précédemment obtenues et à vérifier l'accord avec le résultat de la question 2. De nombreux candidats n'ont pas pu mener à bien cette question à cause d'erreurs antérieures. Le jury a apprécié l'honnêteté intellectuelle des candidats qui admettaient ne pas retrouver le résultat de la question 2.

Question 14 : La réponse était longue à rédiger. Le barème en a tenu compte. Très peu de candidats ont bien abordé cette question. Une erreur fréquente consistait à dire que le rail ou la bille, pris séparément, étaient des systèmes conservatifs. Cela était faux à cause de l'interaction rail-bille qui n'était pas conservative et qui travaillait dans le référentiel d'étude.

Question 15 : L'absence de termes en $\dot{\alpha}$ et $\dot{\beta}$ traduit le non-amortissement du mouvement. En effet, la présence de tels termes donnerait un amortissement exponentiel des solutions. On pouvait par exemple répondre que les frottements fluides contre l'air étaient négligés. Beaucoup de candidats ont bien répondu. Certains ont répondu, à tort, qu'il n'y avait pas de frottements, sans autres précisions. Rappelons que ce sont justement les frottements solides de l'interaction rail-sphère qui permettent le roulement sans glissement. C'est le non-glissement qui est responsable du non-amortissement.

Question 16 : Cette question a été souvent abordée, même par les candidats qui étaient en difficulté dans les questions précédentes. De nombreux candidats arrivent à établir l'équation bicarrée dont les pulsations propres sont solutions. La résolution de cette équation a parfois laissé à désirer : on ne

devait garder que les ω positifs parmi les solutions mathématiques. Beaucoup de candidats ont échoué dans cette question, faute de savoir calculer correctement.

Question 17 : Le barème a tenu compte de la longueur de la rédaction de cette question. La question a été rarement abordée, et très rarement bien menée. Certains candidats ont cru s'en sortir en affirmant, à tort, que la solution générale d'une équation d'oscillateur harmonique était : $A \cos(\omega t)$. Le jury rappelle que la solution générale est : $A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$, ce qui faisait toute la difficulté de cette question.

Quelques rares copies ont proposé une solution concise utilisant les nombres complexes. Les candidats qui se sont contentés de vérifier que la solution proposée par l'énoncé était plausible ont sauvé quelques points.

Question 18 : L'interprétation des battements a été rarement comprise, malgré la solution qui était donnée à la question précédente. La lecture graphique des périodes (environ 1 et 8 secondes) n'a souvent pas été correctement faite. Les (nombreuses) applications numériques nécessitées pour comparer la théorie et l'expérience ont rarement été tentées. La longueur du traitement de cette question était largement prise en compte dans le barème.

Question 19 : Cette question d'électricité, indépendante du reste du problème, était très facile et a constitué un refuge pour beaucoup de candidats. Les lois des nœuds et des mailles étaient souvent correctement appliquées. Cependant, de très nombreux candidats n'ont pas prêté attention à l'orientation du condensateur de gauche ($i_1 = -\dot{q}_1$) ce qui a très fréquemment donné des erreurs de signe dans le résultat final.

Question 20 : Le bon résultat a été obtenu par les candidats qui avaient les bonnes équations électriques. Le jury rappelle que, pour bien dresser une analogie, il est indispensable de mettre en regard les équations que l'on souhaite comparer. De nombreuses copies ont affirmé simplement les analogies sans justification.

III. CONCLUSION

Dans cette épreuve, le barème a permis de classer efficacement les candidats. Ceux qui n'ont pas appris les théorèmes ou qui ne se sont pas entraînés à les utiliser ont été fortement pénalisés. Pour préparer sérieusement le concours, il faut au minimum apprendre le cours et s'entraîner à retraiter les exemples qu'on y trouve.

Pour les futurs candidats au concours, le jury aimerait rappeler les conseils suivants :

- Lire attentivement le sujet (cf. commentaire sur la question 8).
- Faire des grands schémas. Cela clarifie les idées du candidat, évite les erreurs, et constitue souvent une justification aux yeux du correcteur.
- Toujours écrire une phrase d'introduction avant un calcul. Cette phrase doit contenir le nom de la loi ou du théorème appliqué.
- Vérifier l'homogénéité des résultats.
- Vérifier qu'un vecteur est égal à un autre vecteur et non à un scalaire.
- Encadrer le résultat final.
- Commenter l'influence des paramètres dans l'équation obtenue.
- A la fin de chaque question, relire rapidement ce que l'on a écrit pour vérifier que les explications sont claires et cohérentes avec ce qui précède.

L'expérience montre que les candidats qui suivent ces conseils obtiennent de bonnes notes.