

- MATHEMATIQUES II - filière PSI

I) REMARQUES GENERALES

Le problème posé à cette épreuve proposait d'étudier un isomorphisme entre le groupe des déplacements de l'espace de la géométrie euclidienne et un groupe formé de couples de matrices.

Le sujet était d'une bonne longueur, et portait sur l'algèbre générale, l'algèbre linéaire et la géométrie affine euclidienne. Il exigeait une bonne connaissance du cours, comportait des questions théoriques de niveau de difficulté variable, et des questions techniques qui exigeaient un certain soin dans les calculs.

Rappelons d'abord aux futurs candidats quelques généralités.

Il est important de soigner la rédaction, les démonstrations et les calculs. Il ne s'agit pas seulement de comprendre le sujet, mais de faire la preuve de cette compréhension. Pour pouvoir rédiger une solution de qualité, il est nécessaire de bien connaître et maîtriser les notions fondamentales, les définitions et les théorèmes du programme. Trop de candidats manquent de rigueur, ont une connaissance beaucoup trop approximative des définitions et des caractérisations des objets et structures figurant au programme (par exemple : groupes, espaces vectoriels, algèbres, etc....).

Les trois défauts constatés les plus courants sont d'une part le manque de clarté ou d'explications dans les questions délicates, d'autre part le "grappillage" de questions insignifiantes, et enfin le manque de soin dans la rédaction, les calculs, et l'interprétation des résultats. Trop de candidats manquent de rigueur dans les questions théoriques, ou manquent d'esprit de synthèse dans certaines questions où il faut utiliser les résultats déjà obtenus.

Rappelons aux candidats le danger qu'il peut y avoir à chercher les solutions des questions dans n'importe quel ordre, sans tenir compte de la structure logique de l'énoncé. Les solutions trouvées dans ces conditions ont toutes les chances d'être inadaptées ou fausses. Trop de candidats veulent participer à toutes les questions, ce qui se fait au détriment de la qualité des solutions, ce qui est pourtant le point essentiel.

Certains candidats font des simulacres de démonstration menant par miracle au résultat annoncé, ceci particulièrement pour les questions où la réponse est donnée dans l'énoncé. D'une manière générale, il est conseillé de jouer la carte de l'honnêteté. Certains candidats font preuve d'un laisser aller et d'un manque de rigueur grave. C'est ainsi qu'un certain nombre d'entre eux font des confusions entre différentes structures (groupes, espaces vectoriels), et aussi entre diverses propriétés au sein d'une même structure.

Rappelons le rôle essentiel joué par la réflexion préalable et le travail au brouillon, avant de procéder à la rédaction définitive. Les copies confuses ou mal présentées sont évidemment pénalisées, et les travaux bien conçus et bien présentés sont récompensés.

Malgré un barème généreux, la moyenne générale est très inférieure à dix, et les bonnes notes sont rares.

II) REMARQUES PARTICULIERES

Voici maintenant quelques remarques spécifiques concernant les questions du problème :

I-1 : Cette question est une application immédiate du cours. Les réponses des candidats sont déconcertantes et ressemblent aux résultats d'un tirage au hasard entre 2, 3, 6, 9, et 18 (qui est la bonne réponse).

I-2 : Bien peu de candidats connaissent les axiomes à vérifier, et une grande confusion règne entre les différents noms d'associativité, commutativité, distributivité. Les notions correspondantes varient même au sein d'une même copie quand on passe de la première loi à la deuxième. Beaucoup ont lu trop vite l'énoncé et montrent que C est un espace vectoriel.

I-3 : Très peu de candidats savent que pour qu'une partie d'un ensemble muni d'une loi de composition interne soit un groupe, il faut à la fois la stabilité pour la loi et la stabilité par inversion. Un élève sur deux croit qu'une matrice est orthogonale directe si et seulement si son déterminant est égal à 1.

I-4 : Les remarques précédentes sont encore valables, et de plus, presque tous ignorent qu'un isomorphisme de groupes peut ne pas être linéaire.

I-5 : Les remarques faites pour la question 3 restent valables.

I-6 : On retrouve souvent, plus ou moins clairement exprimé, le fait qu'une matrice est orthogonale directe si et seulement si son déterminant est égal à 1.

II-7 : Le résultat de cette question est en général trouvé, mais la rédaction est plus ou moins bonne, et parfois absente.

II-8 : Les solutions sont variables en qualité et en simplicité. Trop de candidats se lancent dans le calcul des coordonnées. Il y a trop de simulacres de démonstrations, et de calculs dont le degré d'achèvement est très insuffisant.

II-9 et 10 : Ces questions sont en général bien vues.

II-11 : Cette question est rarement bien résolue. Il s'agit de trouver **les** solutions et non pas **des** solutions du problème. Certains se contentent de donner un résultat, assorti de la mention "vu en cours", ce qui ne peut en aucune façon convenir compte tenu de la formulation de la question.

II-12 : Cette question est souvent mal comprise et la rédaction est confuse et très peu convaincante.

II-13 : Cette question est assez souvent bien traitée, mais trop d'élèves ont des difficultés avec "l'équation" d'une droite de l'espace.

II-14 : Cette question est rarement bien vue, et le résultat trouvé est souvent faux.

II-15 : Il y a une proportion significative de bonnes réponses, mais la notion d'endomorphisme associé à une application affine semble inconnue de la plupart des candidats.

II-16 : La plupart des tentatives reposent sur un "noyau" (de quoi ?) censé être nul, alors que le couple formé de deux matrices nulles n'appartient pas à G.

II-17 : Cette question est rarement traitée, et encore plus rarement avec succès.

II-18 : Cette question est souvent abordée, mais la solution proposée est rarement exacte.

II-19 : Il y a souvent confusion entre un déplacement et l'endomorphisme qui lui est associé.

II-20, 21 : Ces questions ont été très peu souvent abordées, entre autre par manque de temps.

III) CONCLUSION

Concluons sur une note optimiste en constatant que nous avons eu tout de même la satisfaction de corriger un certain nombre de bonnes copies, dont un petit nombre de très bonnes. Espérons que ces remarques pourront aider les candidats à mieux se préparer aux épreuves des prochains concours.