MATHÉMATIQUES

1.2 - Épreuves écrites

1.2.F - MATH II - filière PSI

I) REMARQUES GENERALES

Le problème posé à cette épreuve proposait d'étudier quelques propriétés de certaines équations différentielles.

Rappelons d'abord aux futurs candidats quelques généralités.

Il est important de soigner la rédaction et les démonstrations. Il ne s'agît pas seulement de comprendre le sujet, mais de faire la preuve de cette compréhension. Pour pouvoir rédiger une solution de qualité, il est nécessaire de bien connaître et maîtriser les notions fondamentales, les définitions et les théorèmes du programme. Trop de candidats manquent de rigueur, ont une connaissance beaucoup trop approximative de certains résultats fondamentaux de leur cours, par exemple en ce qui concerne l'intégration des fonctions, les séries entières, les séries de Fourier, les équations différentielles.

Les trois défauts constatés les plus courants sont le manque de clarté ou d'explications dans les questions délicates, le "grappillage" de questions insignifiantes, et enfin le manque de soin dans la rédaction et les calculs. Trop de candidats survolent les questions, les traitent de façon très superficielle, comme si l'important était de participer à chacune de ces questions, indépendamment de la qualité de ce qu'ils ont à y exposer. Trop de candidats veulent toucher à toutes les questions, essayant parfois d'apporter à certaines une contribution dérisoire. Une solution d'une question à peine ébauchée rapporte zéro point, et une solution bâclée guère plus. Dans certains cas, où la réponse est donnée, certains candidats ne font en fait rien de plus que recopier l'énoncé.

Nous souhaitons que les candidats comprennent bien qu'ils ne peuvent pas obtenir de points pour des solutions approximatives et non rigoureuses, et qu'ils ne doivent pas sacrifier la qualité de ces solutions. Il vaudrait mieux que chaque candidat s'applique à traiter correctement les questions qui sont à sa portée, en y consacrant tout le temps et tout le soin nécessaire. Il est indispensable de réfléchir préalablement au brouillon, avant de rédiger la solution définitive. Les copies confuses ou mal présentées sont évidemment pénalisées. D'une façon générale et plus particulièrement pour cette épreuve, il était nécessaire d'écrire les lettres avec soin, pour éviter toute confusion, par exemple, entre φ, l, et f, ou x, n, et u.

De plus, beaucoup de copies pourraient être considérablement améliorées avec une meilleure attention lors de la rédaction et une relecture finale. Avec un barème assez généreux, la moyenne est légèrement supérieure à 7 sur 20.

II) REMARQUES PARTICULIERES

Voici maintenant quelques remarques spécifiques concernant les questions du problème :

I-1°) : une proportion surprenante de candidats est convaincue qu'une fonction 2π-périodique a une intégrale nulle sur le segment $[0, 2\pi]$!

I-2°) a) : seulement un candidat sur deux connaît un énoncé exact permettant de justifier l'égalité entre f et la somme de sa série de Fourier.

I-2°) b) : la dérivation terme à terme de la série de Fourier est très souvent employée, et à peu près jamais justifiée. Le cas n=0 est très souvent négligé.

I-2°) c) : souvent, le coefficient c_{-1} est recalculé, au lieu d'être déduit de b).

I-3°) a) : l'inégalité de Taylor-Lagrange semble peu connue.

I-3°) b) : cette question est très peu abordée, et n'est presque jamais résolue.

II-1°) : cette question est généralement bien vue ; signalons que certains candidats n'ont pas compris la notion de rayon de convergence d'une série entière.

II-2°) : cette question est généralement mal ou très mal traitée. La justification de la dérivation terme à terme est souvent absente ou très superficielle ; il y a une croyance très répandue selon laquelle toute série alternée a une somme de même signe que son premier terme ; la décroissance de la valeur absolue du terme général est en général ignorée ou non justifiée.

III-1°) a) : une grande proportion de candidats est persuadée que toute fonction de classe C^{∞} est développable en série entière !

III-1°) b) : cette question est en général mal traitée. En particulier, l'inégalité "$z'(\alpha) > 0$" est très mal justifiée : confusion avec "$z'(\alpha) \geq 0$", raisonnement selon lequel :
($z(\alpha) = 0$, et $z > 0$ sur $]\alpha, \beta[$) $\Rightarrow$ z croissante sur un certain intervalle $]\alpha, \alpha+\varepsilon[$,...
Le cas $y < 0$ est très peu souvent envisagé, il est parfois à peine évoqué.

III-1°) c) : il y a peu de réponses convaincantes pour cette question, alors qu'il suffit d'utiliser la solution $z(t) = \sin((e^{\tau/2})(t-\tau))$.

III-2°) a) : la logique la plus élémentaire est bien mal connue. Une proportion énorme de candidats est incapable de formuler le contraire d'une proposition simple.

III-2°) b) : cette question est délicate et à peu près jamais résolue correctement ; trop de candidats essaient de faire illusion.

IV-1°) a) : trop de tentatives de solutions utilisent le théorème des séries alternées, qui ne s'applique pas bien ici, alors qu'il suffit d'étudier le module du terme général.

IV-1°) b) : la dérivation seconde terme à terme est très souvent non justifiée.

IV-2°) : la plupart des candidats n'imagine pas qu'il puisse y avoir un point d'accumulation de zéros ; en particulier, on écrit dans la rédaction "le premier zéro de Ψ", en considérant son existence évidente.

V-1°) : cette question est très rarement traitée correctement. Il y a énormément de raisonnements faux, en particulier :
($f \leq g$) $\Rightarrow$ ($f' \leq g'$) ...

V-2°) et 3°) ces questions sont rarement traitées avec succès. A de très rares exceptions près, seule la question V-2°) a) est parfois réussie.

III) <u>CONCLUSION</u>

Concluons sur une note optimiste en constatant que nous avons eu tout de même la satisfaction de corriger un certain nombre de bonnes copies, dont quelques unes auxquelles nous avons attribué la note maximum.