

.2 E - MATHEMATIQUES II - filière PC

I) REMARQUES GENERALES

Ce sujet proposait l'étude d'un opérateur ("de moyenne") sur l'espace des fonctions continues de \mathbb{R} dans \mathbb{R} . Il testait l'assimilation par les candidats de pratiquement tout le programme d'analyse de la classe de PC (calcul intégral, équations différentielles, techniques de majoration, fonctions périodiques et séries de Fourier). Quelques questions, situées vers le milieu du problème, testant la bonne connaissance des théorèmes d'analyse enseignés en début de première année, ont révélé un manque de connaissance du cours et une fâcheuse tendance au verbiage dans de trop nombreuses copies.

II) REMARQUES PARTICULIERES

Q1. De nombreux candidats ne semblent pas vraiment faire de différence entre le fait qu'une fonction soit définie et le fait qu'elle soit continue. Le "théorème fondamental de l'analyse" faisant le lien entre intégrales et primitives d'une fonction continue est le point central de cette question, mais il est rarement évoqué de façon précise. On se contente trop souvent de dire "puisque f est continue, alors $x \mapsto \int_0^x f(t)dt$ est continue" sans qu'il soit possible de savoir si cette affirmation repose sur des connaissances précises. Certaines justifications du style "par continuité de l'intégrale" laissent un peu rêveur. Le prolongement en zéro est rarement traité correctement.

Q2. De nombreux candidats oublient le "morphisme" dans "endomorphisme", certains ne traitent qu'à moitié la linéarité (oubli de la multiplication par un scalaire). Beaucoup de candidats se permettent de dire, avec un aplomb parfois surprenant, que "si f est bornée, rien ne permet d'affirmer que φ_ω le soit aussi"!

Q3. Peu de candidats savent justifier le passage de " $\forall x \in \mathbb{R} \int_0^x f(t)\omega(t)dt = 0$ " à " $f\omega = 0$ ". Encore une méconnaissance de ce fameux "théorème fondamental"? De nombreux raisonnements faux par tentative d'utilisation (ici à mauvais escient) du "théorème de stricte positivité".

Q4. Certains proposent comme dérivée de $x \mapsto \int_0^x f(t)dt$ l'expression $f(x) - f(0)$. Toujours ce "théorème fondamental" décidément fort malmené!

Q5. et Q6. Ces deux questions, dont il faut reconnaître que les attendus ne sont pas complètement limpides, sont peu abordées.

Q7. et Q8. Deux petites questions testant la connaissance du programme d'analyse de première année, mais... que d'erreurs! Beaucoup pensent qu'une fonction croissante tend nécessairement vers $+\infty$ en $+\infty$. Et que de discours! Au lieu de citer des théorèmes précis, par exemple pour conclure qu'une fonction est bornée et atteint ses bornes, de nombreux candidats se lancent dans des grandes phrases ("la fonction ne peut pas diverger", "elle ne peut pas prendre des valeurs infinies, donc on voit bien que..."). Ces deux questions sont vraiment symptomatiques d'un manque de connaissance du cours chez de trop nombreux candidats, ainsi que d'un manque de compréhension globale des attendus d'une épreuve de mathématiques (ou plus largement d'un travail scientifique).

Q9. De nombreuses réponses aberrantes! Signalons aussi que de nombreux candidats pensent qu'en alignant des conditions nécessaires sur le θ recherché, ils ont répondu à la question.

Q10. Beaucoup d'erreurs pour cette question facile.

Q11. La première partie de cette question est souvent traitée de façon incomplète, de nombreux candidats ne voyant pas les simplifications qu'apporte la périodicité. La deuxième proposition à démontrer... est fausse, et les correcteurs ont tenu compte de cette malencontreuse erreur d'énoncé en gratifiant les candidats proposant une rectification ou simplement se montrant surpris du résultat proposé.

Q12. On peut regretter bien souvent que la majoration de $x - E_\theta(x)$ par θ reste implicite.

Q13. Question plus technique, que seuls les meilleurs candidats ont su mener à terme. La majoration dans le cas où x appartient à l'intervalle $[0, \theta[$ était délicate... et inutile pour la suite du problème.

Q15. De nombreux candidats semblent persuadés qu'une partie de \mathbb{R} , non vide et minorée, admet toujours un minimum et ne savent pas exploiter le caractère ``discret" de l'ensemble ici considéré.

Q16. Beaucoup se contentent de faire un copier-coller du raisonnement faux déjà proposé à la question précédente.

Q17. Question peu abordée. Si le théorème de convergence normale est reconnu, la rédaction reste en général assez floue.

Q18 et Q19. Questions plus techniques, très peu abordées.

En conclusion, nous avons vu des copies de niveaux très différents et les conseils que nous pourrions donner aux candidats moyens portent essentiellement sur une bonne connaissance du cours (y compris celui de première année).

Il est important, pour réussir une épreuve de mathématiques, de comprendre que le fait de citer à bon escient un énoncé de théorème du programme, emportera beaucoup plus l'adhésion du correcteur que les grands discours qui tournent souvent à vide et n'ont parfois tout simplement pas de sens.

Les questions 7 et 8 du présent sujet ont révélé une dérive vers le verbiage approximatif qui est aux antipodes d'un discours scientifique, nous espérons que les candidats des promotions à venir sauront rectifier la tendance.