

1.2 E - MATHEMATIQUES II - filière PC

I) REMARQUES GENERALES

Le sujet proposait de prouver l'hypothèse ergodique du physicien Boltzmann, théorème 1 de l'énoncé. Les connaissances requises pour bien réussir allaient de l'algèbre bilinéaire aux équations différentielles linéaires du second ordre en passant par des calculs et majorations d'intégrales à une et deux variables. Autant dire que le programme était largement balayé.

Sur la forme : dans l'ensemble les copies sont bien présentées, la numérotation des questions est claire et il est très rare de trouver des candidats qui rebondissent d'une question à l'autre. L'ensemble des questions à l'exception des trois dernières, a été abordé dans la quasi totalité des copies. Les membres du jury apprécient particulièrement l'excellente habitude prise par certains de justifier un enchaînement d'égalités par un crayon de couleur différente.

Comme de coutume les questions fermées sont résolues par tous les moyens, parfois malhonnêtes ce qui est un très mauvais calcul, le correcteur ayant alors tendance à douter de toutes les affirmations. Pour être juste, le jury note toutefois qu'un nombre non négligeable de candidats avouent honnêtement que tel calcul n'aboutit pas ou qu'ils n'obtiennent pas exactement le résultat annoncé, attitude que le jury apprécie et que dans la mesure du possible il essaie de récompenser.

Les réponses données aux questions ouvertes ne cessent de surprendre par leur incongruité. Le jury a ainsi tendance à leurs donner un poids important.

Sur le fond : les questions portant sur l'algèbre linéaire ont été très discriminantes. De trop nombreux candidats ne sont pas effrayés par multiplier à gauche par une matrice, une égalité entre scalaires, à confondre linéarité avec homogénéité, à considérer une décomposition d'un vecteur sur une base comme une série et à y appliquer les théorèmes de convergence uniforme. Enfin le saut conceptuel pour passer des fonctions périodiques en une variable aux fonctions de deux variables doublement périodiques n'est réalisé que dans la bonne première moitié des copies.

II) REMARQUES PARTICULIERES

1) Première partie

Q1- Pour l'essentiel il s'agissait d'algèbre bilinéaire et bien qu'assez faciles, ces questions ont fortement avantagé les candidats à l'aise sur cette thématique.

Q2- Un bon tiers des candidats prouve le résultat sans utiliser l'hypothèse $\langle Ax, x \rangle > 0$, autrement dit, ils montrent que toute matrice est inversible.

Q3- La question a été très peu traitée; souvent les candidats ont été perturbés par sa simplicité et utilisaient directement la commutation entre l'inverse et la transposition.

Q4- Tous les candidats connaissent les conditions à vérifier mais une proportion importante ne sait pas ce que signifie qu'être linéaire.

Q5- Beaucoup de copies parlent à juste titre d'endomorphisme auto-adjoint pour le produit scalaire $(\cdot, \cdot)_A$ mais la plupart en déduisent alors que la matrice est symétrique.

Q6- Généralement bien traitée sauf par une bonne moitié des copies qui ne parviennent pas à trouver la dimension, les réponses allant de 1,2 à $n-1$, n ou n^2 .

Q7- Bien traitées.

2) Deuxième Partie

- On changeait de thématique en essayant de majorer des intégrales.

Q8- Une bonne moitié des candidats ne parvient pas à faire le calcul de l'intégrale. Ceux qui se trompent dans le résultat parviennent tout de même à la majoration de c_k (cf. la remarque sur les questions fermées).

Q9- Seules les bonnes copies parviennent à majorer indépendamment de t , en fonction de ε .

Q10- L'égalité est bien traitée mais une poignée de copies parvient à utiliser l'indication pour écrire $h(u)$ sous la forme $\int_0^{2\pi} h(u)R_k(t)dt$.

3) Troisième Partie

Q11- On passait aux fonctions de deux variables et à leurs intégrales.

Q12- Traitée dans toutes les copies mais sans justification (mathématique ou physique) dans une bonne moitié d'entre elles.

Q13- Le saut conceptuel de la double périodicité n'a pas été possible pour la majorité des candidats; les autres ont systématiquement réussi à utiliser la compacité de $[0, 2\pi]^2$.

Q14- Une question calculatoire assez largement abordée et avec un certain succès.

Q15- De rares candidats ont pensé à utiliser la formule d'Euler reliant les cosinus aux exponentielles.

Q16-Q17- Très peu abordées.

III CONSEILS AUX CANDIDATS

La résolution d'un problème nécessite une bonne compréhension des notions utilisées. Ceux qui coulent rapidement sont ceux qui ne les maîtrisent pas, ou très mal.

Habituellement chaque question peut être résolue rapidement et ne nécessite que peu d'arguments distincts. Ainsi, si vous vous rendez compte que votre réponse est très longue et complexe, il conviendrait d'y réfléchir posément, de voir si une indication directe ou indirecte n'est pas donnée dans les questions adjacentes.

Pour majorer des expressions, il faut savoir détecter ce qui est petit. Ainsi quand la majoration concerne la différence de deux objets, il faut penser à faire en sorte qu'ils se ressemblent, cf. la résolution de la question 10.

Le jury conseille aux candidats de ne pas négliger l'aspect calculatoire du programme, ce qui signifie de connaître les techniques de calcul mais surtout de savoir les mener sans erreurs, notamment de signe.

Il serait profitable de ne pas systématiquement traduire la symétrie d'un endomorphisme, matriciellement en base orthonormée mais dans une base quelconque et garder le cas orthonormé comme cas particulier.

Enfin, bien que les candidats connaissent les énoncés des théorèmes, parfois même les hypothèses y attachées, il leur faut maîtriser les notions associées. Ce travers est particulièrement notable pour l'algèbre linéaire et bilinéaire où les candidats, faute d'une bonne compréhension des objets, ne savent plus vraiment les manipulations permises et s'autorisent des acrobaties hasardeuses.