

1.2 E - MATHÉMATIQUES II - filière PC

I) REMARQUES GENERALES

Le problème proposait d'étudier deux représentations de la fonction S_α dans une première partie, puis dans une deuxième partie de rechercher un équivalent des coefficients a_n utilisés dans la deuxième représentation étudiée.

Tout d'abord soulignons l'erreur typographique commise dans la définition de la fonction $\Gamma(x)$, elle a été soulignée par bon nombre de candidats et rectifiée en conséquence. Le Jury des correcteurs a pris en considération cette anomalie.

Le problème très classique exigeait une bonne maîtrise du calcul intégral et une bonne connaissance des techniques d'interversion des passages à la limite entre série et intégrale. Il a été traité dans sa quasi totalité dans quelques très bonnes copies et a permis de bien classer l'ensemble des candidats.

Cependant nous voulons relever certaines insuffisances qu'il faudra signaler aux futurs candidats. Nous avons, par exemple rencontré dans certaines copies :

- les différences entre convergence, convergence absolue et convergence normale et les conséquences à en tirer ne sont pas toujours bien connues ;
- l'utilisation des équivalents pour étudier l'intégrabilité sur un intervalle est souvent approximative ;
- l'interversion des signes somme et intégrale est faite souvent sans les justifications nécessaires ;
- enfin la notion de o est souvent floue et mal comprise.

II) REMARQUES PARTICULIERES

A) Deux représentations de S_α

Question 1) : On se contente souvent de montrer que la série est absolument convergente sans répondre à la question posée. Rappelons aussi que $u_n \leq \frac{1}{n^\alpha}$ ne permet pas de conclure à la convergence de la série u_n .

Question 2) : Elle a été particulièrement discriminante et rarement traitée complètement. Soulignons les oubli et erreurs les plus communs : on oublie de justifier la non nullité du dénominateur, beaucoup d'erreurs sont commises quand on utilise des équivalents et l'on oublie de se préoccuper du signe de la fonction, on majore et on en déduit des équivalences.

Question 3) : Donne lieu à des erreurs de calcul dans un nombre significatif de copies.

Question 4) : Elle a été traitée dans un grand nombre de copies. Rappelons une fois encore que lors de l'utilisation d'un théorème il est nécessaire de rappeler les hypothèses de celui-ci ainsi que sa conclusion. On voit des fonctions majorantes dépendant de l'indice n.

Question 5) : Reprenait simplement la question précédente ce qui n'a pas été compris dans beaucoup de copies, de plus la question suivante permettait de deviner le résultat, à savoir $K(\alpha) = \Gamma(\alpha)$. Là encore cette seule affirmation sans justification ne servait pas à grand-chose et n'a pas échappé aux correcteurs.

Question 6) : Facile a été bien traitée dans beaucoup de copies, toutefois là encore, il ne sert à rien de trouver le résultat sans justification.

Question 7) : Beaucoup de copies tentent d'utiliser un argument de convergence normale sans se rendre compte que l'on intègre sur $]0, M]$.

Question 8) : Elle a été traitée convenablement dans très peu de copies, c'est sans nul doute celle qui a posé le plus de difficultés aux candidats.

Question 9) : Etait une synthèse des questions précédentes, elle a été traitée convenablement dans un grand nombre de copies.

B) Comportement asymptotique

Question 10) : La notion de o est mal maîtrisée dans un bon nombre de cas. De plus, lors du changement de variable $ns = t$ on oublie très souvent de s'intéresser aux bornes de l'intégrale.

Question 11) : Dans cette question on oublie de garder e^{-s} en facteur pour assurer l'existence de la constante $C(\delta)$ qui n'a été trouvée que très rarement.

Question 12) : Conséquence directe de la question précédente là encore la notion de o est souvent non comprise.

Question 13) : Purement technique, elle est souvent traitée. Toutefois les calculs sont parfois d'une lourdeur confondante.

Question 14) : La notion d'équivalent est souvent mal comprise ce qui conduit à des calculs très lourds et souvent faux.

Question 15) : Est une conséquence directe de la précédente et souvent bien traitée lorsque la précédente a été faite correctement.

III) CONSEILS AUX CANDIDATS ET CONCLUSION

Les calculs doivent être explicités du début jusqu'à la fin avec toute la clarté nécessaire en particulier lorsque le résultat est fourni dans l'énoncé, une bonne organisation des calculs est un plus indiscutables. Enfin les raccourcis abusifs sont toujours sanctionnés.

Il est recommandé aux candidats de s'entraîner à calculer. La maîtrise dans ce domaine ne s'acquiert qu'avec une pratique régulière. Elle est d'autant plus indispensable que les candidats se trouvent dans une filière expérimentale. Par ailleurs rappelons que les théorèmes utilisés doivent être énoncés avec précision, et leurs hypothèses vérifiées. Enfin une orthographe correcte et une présentation soignée ne peuvent que mettre les correcteurs dans de bonnes dispositions vis à vis de la copie correspondante.

Après cette critique récurrente, il est bon de rappeler qu'un rapport de concours a pour finalité de souligner les insuffisances en vue de permettre aux futurs candidats d'éviter un certain nombre d'écueils et d'aborder leur préparation au concours dans les meilleures conditions. Qu'il nous soit permis de dire qu'un bon nombre de copies sont plus que satisfaisantes.