

# 1 - MATHÉMATIQUES

## 1.2 - Épreuves écrites

### 1.2 E - MATHEMATIQUES II - filière PC

#### I) REMARQUES GENERALES

Le problème proposé était l'étude des solutions d'une équation différentielle linéaire du deuxième ordre homogène à coefficients non constants dont l'un dépendait d'un paramètre  $\lambda$ . A cette occasion dans la première partie on s'intéressait aux solutions définies sur un intervalle puis sur  $\mathbb{R}$  tout entier, soit sous forme polynomiale, soit sous forme de série entière, dans la deuxième on étudiait un cas particulier.

Le problème couvrait une grande partie du programme d'analyse et ne présentait aucune difficulté sur le plan théorique, il exigeait toutefois une bonne maîtrise des techniques de calcul usuelles à ce niveau. Cette maîtrise fait parfois cruellement défaut chez certains candidats ce qui explique une moyenne assez faible malgré un barème indulgent, toutefois nous avons rencontré un bon nombre de bonnes et d'excellentes copies.

#### II) REMARQUES PARTICULIERES

##### Partie I

I-1.a La relation de récurrence est obtenue dans la plupart des copies, on n'en déduit pas toujours la valeur correcte de  $a_n$ , en particulier soulignons l'utilisation abusive de  $\lambda$  alors qu'il ne s'agit pas d'un entier, les exemples pratiques donnant lieu, eux aussi, à de nombreuses erreurs de calcul.

I-1.b Les candidats se rendent compte du fait que  $a_n$  doit être nul à partir d'un certain rang mais ils ont du mal à trouver le degré du polynôme et encore plus à fournir le coefficient du terme de plus fort degré. Certains candidats concluent à l'absence de solutions polynomiales ce qui ne laisse pas de surprendre après la question I-1.a.

I-1.c La règle de d'Alembert est très souvent utilisée à bon escient. On oublie toutefois la valeur absolue dans un certain nombre de copies, dans d'autres on conclut à un rayon de convergence égal à 1.

I-2.a Cette question a été particulièrement discriminante, la méthode de la variation de la constante étant souvent ignorée, et quand elle est connue beaucoup de candidats ignorent la structure de l'ensemble des solutions d'un E.Q.D.F linéaire homogène du second ordre.

I-2.b Cette question reprenait simplement la question précédente il fallait toutefois prendre garde au fait que l'intégrale n'était pas définie en zéro et changer l'une des bornes d'intégration ( [1,x] devenant [-1,x] ), seules les bonnes copies ont pris en compte ce point.

I-2.c Il s'agissait de prolonger les solutions précédentes, les candidats ayant bien abordé la question précédente traitent bien cette question dans la majorité des cas.

I-3.a Cette question qui est purement technique est souvent bien traitée, toutefois on assiste fréquemment à des tentatives du type, "donc on trouve" et l'on fournit le résultat souhaité. Rappelons que dans ce type de calcul le correcteur est particulièrement attentif au déroulement du calcul et que tous les intermédiaires doivent figurer explicitement sur la copie, une fois de plus la clarté et le soin sont des qualités particulièrement appréciées.

I-3.b Cette question est le plus souvent bien traitée. On oublie souvent de s'assurer que la condition initiale est satisfaite.

I-3.c Quand elle est abordée cette question est bien traitée.

I-3.d Quand elle est abordée cette question est bien traitée, là encore le résultat est subordonné au résultat de la question I-1.b.

I-4 Cette question était sans aucun doute difficile sur le plan technique même si sur le plan théorique elle ne présentait pas de difficulté, les copies où le calcul est mené à bien sont une très petite minorité.

## **Partie II**

II-1 Le calcul de l'intégrale de Wallis ne présente pas de difficulté et ce calcul est mené à bien dans la majorité des copies, seuls les candidats les plus faibles échouent.

II-2.a Il s'agissait d'une application directe des théorèmes de régularité d'une fonction définie à l'aide d'une intégrale sur un segment d'une fonction dépendant d'un paramètre. Il suffisait de fournir un énoncé clair et de vérifier les hypothèses d'application des théorèmes correspondants. Cela semble néanmoins difficile à réaliser même si la majorité des candidats se rend compte du problème, certains candidats confondent continuité par rapport au couple  $(x, \theta)$  et continuité par rapport à chacun des arguments. Il n'était pas besoin ici de donner une majoration uniforme de la fonction celle-ci étant définie et  $C^\infty$  sur le segment .

II-2.b Si la majorité des candidats arrivés à ce stade trouve le développement, l'interversion des passages à la limite ou la justification de la convergence de la série sont mal traitées ou passées sous silence, la série de fonctions étant parfois confondue avec une série entière.

II-3.a Ici on assiste au développement en série entière de la fonction  $\frac{1}{1-u}$  sans tenir compte de son domaine de validité.

II-3.b Ici encore il fallait faire preuve de technicité le calcul de cette primitive n'est mené à bien que dans les meilleures copies.

II-3.c Quand elle est abordée cette question est bien traitée.

II-3.d Cette question était sans doute la plus délicate dans la mesure où elle n'a quasiment jamais été abordée avec succès, la majoration de  $\sin(\theta)$  par  $\theta$  n'étant quasiment jamais trouvée.

II-3.e Si la limite de  $f_{1/2}$  en  $-\infty$  est trouvée, la non intégrabilité obtenue par minoration est rarement traitée.

II-4.a La parité est très souvent abordée avec succès, quant à l'expression de  $h(x)$  elle est rarement démontrée même si la question est souvent abordée.

II-4.b La minoration du  $\cosh(x \frac{\cos(\theta)}{2})$  est rarement expliquée correctement. Le fait que cette question se trouve en fin de problème peut expliquer cela.

II-4.c Quelques copies traitent cette question dont la seule difficulté est là encore de se trouver en fin de problème.

## **III) CONSEILS AUX CANDIDATS**

Les calculs doivent être explicités du début jusqu'à la fin avec toute la clarté nécessaire, une bonne organisation des calculs est un plus indiscutable, enfin les raccourcis abusifs sont toujours sanctionnés.

Il est recommandé aux candidats de s'entraîner à calculer, la maîtrise dans ce domaine ne s'acquiert qu'avec une pratique régulière, elle est d'autant plus indispensable que les candidats se trouvent dans une filière expérimentale. D'autre part rappelons que les théorèmes utilisés doivent être énoncés avec précision, et leurs hypothèses vérifiées. Enfin une orthographe correcte et une présentation soignée ne peuvent que mettre les correcteurs dans de bonnes dispositions vis à vis de la copie correspondante.

Après cette critique systématique il est bon de rappeler qu'un rapport de concours a pour finalité de souligner les insuffisances en vue de permettre aux futurs candidats d'éviter un certain nombre d'écueils et d'aborder leur préparation au concours dans les meilleures conditions. Qu'il nous soit permis de dire qu'un bon nombre de copies sont plus que satisfaisantes.