1.2 C - MATHÉMATIQUES I - filière PSI

I) REMARQUES GÉNÉRALES

Le problème proposait des calculs probabilistiques de moyenne et de variance, le cadre se situant dans le langage des séries entières. Il n'était pas difficile, c'était même l'un des plus faciles de ces dernières années, mais il fallait prendre le temps de bien assimiler les notations et les définitions du début qui étaient un peu rebutantes. Il fallait notamment conceptualiser l'application $U \longrightarrow \hat{U}$. Beaucoup de candidats ont bloqué sur cet obstacle initial.

Les correcteurs sont parfois effarés de la proportion des candidats qui témoignent d'une incompréhension profonde de certaines parties de leur programme. Que dire de tous ceux qui après des semaines d'étude des séries nous affirment que la somme d'une série entière est C^∞ car c'est un polynôme ?

Quelques points étaient délicats dans les premières questions, mais ne pas les résoudre ne pénalisait pas pour aborder la suite du problème.

Rappelons, une fois de plus, la nécessité de préciser les hypothèses des théorèmes que l'on utilise (ceux du programme...). Il est hors de question d'invoquer des théorèmes comme celui de Mertens, surtout allusivement. Par contre, pourquoi perdre du temps au début à redémontrer avec grands détails que la somme d'une série entière est C^∞ à l'intérieur de son disque de convergence ? Il suffisait de le rappeler, mais avec netteté...

II) REMARQUES PARTICULIÈRES

1) Il était essentiel de prouver que les coefficients a_n étaient positifs et pour cela d'expliciter la relation $f^n(0) = a_n n!$. Trop peu de candidats ont eu le bon sens de prendre le temps nécessaire afin de ne pas survoler cette (toute petite) difficulté.

Plus délicat était de voir que la croissance sur $[0,1]$ nécessitait une précaution par rapport à celle sur $[0,1[$. Cela a échappé totalement aux candidats, mais ne les a pas gênés pour la suite. Ne résistons pas cependant au plaisir de citer sans le tronquer le discours plein de charme de ce candidat qui croit au pouvoir des mots :

"si $x = 0$ alors $f(x) = 0$, f est donc constante et donc convexe. Si $x \in]0,1[$, f est caractéristique d'une fonction convexe.
Bilan : f est convexe."

2) La convergence uniforme est si peu assimilée par la quasi totalité des candidats que même un cas aussi simple de convergence normale semble hors de leur portée.

Par ailleurs, certains, et ce ne sont pas les pires, loin de là, affirment que s'ils prouvent la convergence uniforme sur $[0,1[$, cela prouvera la continuité à gauche en 1, ce qui dénote que leur sens de l'analyse est resté, disons, embryonnaire...

3) La question a été plutôt bien traitée ainsi que la 9). Ces calculs étaient très faciles, à condition bien sûr de savoir sommer une série géométrique !

4) Le plus simple était d'utiliser la convexité établie en 1) et les candidats qui montraient par un dessin qu'ils avaient compris la situation, obtenaient des points même si l'inégalité stricte leur échappait. Chez des candidats que l'on sélectionne pour pouvoir être de futurs ingénieurs, il est inquiétant de voir combien peu peuvent fournir un dessin pour montrer qu'ils ont compris qu'une fonction strictement convexe ne pouvait pas couper une droite plus de deux fois. Il va sans dire que d'innombrables pseudo-raisonnements (consistant par exemple à parler vaguement de point fixe et à se dire cela doit bien être quelque chose comme cela ...) ont été sévèrement sanctionnés.

5) L’injectivité et la surjectivité sont très souvent confondues.

8) Là aussi, on est surpris du nombre de candidats qui confondent associativité et distributivité. Ce sont pourtant des concepts simples. Un ami de monsieur Jourdain nous affirme que la loi est commutative par …"commutativité" !

10) Beaucoup de candidats se lancent dans des calculs de convolution sans tenir compte du résultat de la question 7).

11) Question rarement abordée correctement (même chose pour la question 17).

12) Rares sont ceux qui ont eu le réflexe de s’occuper d’abord de la somme partielle avant de passer à la limite.

19) Le calcul direct n’était bien sûr pas le but du problème.

III) CONSEILS AUX CANDIDATS

On ne saurait trop leur répéter de soigner leurs calculs. Dans ce problème il y avait un grand nombre de calculs très simples. Il est primordial pour ne pas être gravement sanctionné au niveau de la note, d’obtenir des résultats justes. Lorsqu’il s’agit de sommer une progression géométrique, et c’était très souvent le cas, il ne faut en aucune manière que les candidats qui fournissent un résultat inexact, croient qu’ils se verront attribuer des points au titre de la "méthode".

Doit-on dissuader totalement les candidats de "grappiller" des points dans la partie du problème qu’ils n’auront eu le temps que de survoler ? Il faut dire qu’en toute franchise, un peu d’opportunisme dans ce problème pouvait rapporter des points, car de nombreuses questions pouvaient être résolues rapidement et indépendamment. Mais tous les problèmes ne sont pas de ce type, loin de là, et l’extrême danger de ce "grappillage" est de risquer de ne pas prendre le temps de réfléchir de son mieux à la signification du problème. Dans celui-ci, il était essentiel de bien comprendre les notations et les questions du début. Une réflexion soignée à ces questions du début était par contre récompensée : une copie, certes loin d’être brillante, mais cohérente, qui ne dépassait pas la question 4 (sur 19 !) s’est vu attribuer une note qui ne compromettait nullement sa réussite au concours !