

1.2 C - MATHEMATIQUES I - filière PSI

I) LE THÈME

Le problème demandait de rechercher la solution générale de systèmes différentiels ou d'équations différentielles liés à certaines fonctions hypergéométriques.

Ce texte abordait uniquement des questions du programme d'Analyse, essentiellement les théorèmes sur les intégrales à paramètres, les séries entières et demandait une bonne compréhension de techniques permettant de trouver des équivalents, des limites et des majorations d'intégrales.

II) REMARQUES GÉNÉRALES

Le problème n'était ni très long, ni extraordinairement difficile, et comportait quelques fragments proches du cours. Le jury a été surpris de constater de graves erreurs sur les premières questions, certainement voisines de nombreux calculs traités en classe. La majorité des candidats ne cite pas avec assez de précision les théorèmes utilisés.

La présentation des copies semble en progrès par rapport aux concours des années précédentes.

La plupart des candidats traitent (plus ou moins bien) l'ensemble de la partie I ; en revanche, seules les questions 8, 10 (partie II), et 18, 20 (partie III) sont abordées dans un nombre significatif de copies.

La moyenne générale approche 8, et l'écart-type est assez important, signe que ce problème permettait un bon classement des élèves.

III) REMARQUES PARTICULIÈRES

Partie I

Très souvent, les questions 1, 2 et 3 sont bien ou mal traitées simultanément. 30% des élèves ne savent pas résoudre 1 et 2, où on a pu lire de nombreux résultats fantaisistes.

En 1, pour rester dans le cadre du programme qui n'intègre que des fonctions au moins continues par morceaux, il fallait lire « intégrable sur \mathbb{R}^*_+ » et non « intégrable sur \mathbb{R}_+ ». Cette erreur n'a gêné qu'un petit nombre de candidats, et le jury avait décidé d'en tenir compte dans le barème.

A la question 3, des confusions entre « continûment dérivable » et « indéfiniment dérivable ».

D'autre part nombreux sont ceux qui oublient que pour appliquer le théorème de dérivation sous le signe somme, la majoration de la valeur absolue de la dérivée partielle ne doit pas dépendre du paramètre z . Il fallait pour cela prendre z dans un intervalle $[A, +\infty[$.

La question 5 a été traitée correctement dans presque tous les devoirs.

Les calculs de la question 6 sont souvent interrompus avant la fin (l'équation différentielle demandée ne devait faire intervenir que la fonction K et ses dérivées)

A la question 7, même difficulté qu'en 3, et il fallait en plus prendre garde au signe de t , ce qui obligeait à restreindre z à un intervalle de la forme $[0, A]$.

Partie II

Question 8 : des tentatives de tricherie, ce qui est souvent vrai lorsque le résultat figure dans l'énoncé. Remarquons qu'on n'a jamais obtenu de majoration globale à l'aide d'un développement limité en un point.

A la question 9, l'indication donnée n'a pas toujours été comprise. En revanche, le changement de variables de la question 10 a en général été trouvé, même dans les mauvaises copies.

Question 11 : beaucoup n'ont pas prêté attention à la double présence de z à la fois dans la borne et dans l'intégrande.

Question 12 : attention au signe de t qui peut changer le sens des inégalités. Rares sont les copies qui ont résolu rigoureusement ces deux questions.

Question 13 : les équivalents sont souvent reportés sans précaution dans des sommes.

Question 14 : du danger d'utiliser un théorème hors programme :

$$w'(z) = \text{tr}(A(z)) w(z) , \text{ et non pas } w'(z) = \det(A(z)) w(z) \dots\dots$$

Partie III

17) il n'est peut-être pas inutile de revoir la définition d'un polynôme !

18) question facile et souvent résolue de manière exacte, mais il y a aussi des résultats curieux

20) beaucoup trop de dérivations formelles, sans rappeler le théorème de dérivation terme à terme des séries entières

La question 21 est rarement abordée

IV) QUELQUES CONSEILS AUX CANDIDATS

Il est important d'écrire lisiblement et d'encadrer les résultats obtenus.

Il faudrait commencer une épreuve en lisant la totalité du sujet, ce qui permet d'assimiler les notations et d'essayer de comprendre le but du problème.

Il vaut mieux faire preuve d'honnêteté et signaler clairement les résultats admis. On a pu remarquer avec plaisir que c'était souvent le cas dans les copies de cette année.

Enfin, il faut particulièrement soigner la rédaction des questions dont la réponse figure dans l'énoncé : les correcteurs sont très attentifs aux justifications données et repèrent immédiatement toute tentative permettant de retrouver sans raison réelle le résultat figurant dans le texte. La sanction est sévère dans ce cas, car il ne s'agit pas de pénaliser les candidats qui ont pris le temps de bien rédiger.