

## 1.2 B - MATHÉMATIQUES I - filière PC

### I) REMARQUES GÉNÉRALES

L'épreuve consistait dans l'étude de sous-espaces stables par des endomorphismes agissant sur des espaces de polynômes ou sur l'espace  $C2\pi$ . Cela permettait d'utiliser le cours d'algèbre et d'algèbre linéaire, ainsi que celui sur les séries de Fourier.

Il semble toujours que l'algèbre linéaire reste une partie difficile pour les candidats en PC. Mis à part dans les meilleures copies, on trouve beaucoup de maladresses dans les rudiments du calcul élémentaire aussi bien en analyse qu'en algèbre.

On a pu observer que pour de trop nombreux candidats, les notions fondamentales d'algèbre telles que : l'injectivité, famille libre et génératrice, traduction et calcul matriciel, ou encore l'usage et les calculs sur les coefficients ou séries de Fourier sont loin d'être bien acquis.

Fort heureusement on a aussi bon nombre de candidats qui semblent à l'aise sur ces notions. Les meilleurs font preuve de dynamisme et précision.

Le sujet a permis un bon étalement des notes, les questions les moins traitées étant les questions 9) et 18) puis 2) et 7).

L'enchaînement entre les parties 1, 2 et 3 n'était pas très évident pour les candidats (la partie n'était pas vraiment indépendante des autres).

Signalons quelques grosses erreurs, qu'on ne devrait plus trouver à ce niveau :

- diviser par un vecteur,
- exhiber un vecteur propre nul,
- penser qu'une exponentielle peut s'annuler, ou affirmer que  $e^{ia} > 0$  lorsque  $a$  est complexe.

### II) REMARQUES PARTICULIÈRES

Passons aux remarques sur les 18 questions du problème.

#### Partie I

1) Souvent traitée. Beaucoup reconnaissent les polynômes d'interpolation de Lagrange, mais parfois on a beaucoup de mal à justifier qu'ils constituent une base.

2) Vu par ceux qui connaissent ou retrouvent les résultats habituels sur la méthode d'interpolation de Lagrange. Sinon on part dans des calculs d'une grande maladresse, ou parfois on confond les rôles joués par les deux bases utilisées.

#### Partie II

3) En général traitée.

4) Souvent abordée. Les valeurs propres sont données (grâce à 3), même si certains ont beaucoup de mal à trouver les valeurs propres d'une matrice triangulaire. On trouve beaucoup d'imprécisions ou d'erreurs sur la détermination des sous-espaces propres ou leurs dimensions.

5) Rarement correct. L'indication n'est pas souvent comprise ; on se limite en général à donner des sous-espaces stables sans étude exhaustive.

6) On connaît en général la propriété sur les familles de polynômes échelonnées en degrés et la question est souvent traitée.

7) Il s'agissait d'utiliser la formule de Taylor pour les polynômes, mais en précisant bien les rôles des variables utilisées. La conclusion sur B2 base n'est pas toujours vue.

8) Beaucoup de candidats semblent répondre au hasard, et même si l'on donne la bonne réponse, on est souvent incapable d'en donner une justification simple.

9) Quelques-uns ont l'idée de la réponse, mais on ne sait en général pas mener à bien le raisonnement pour une étude exhaustive. Très peu pensent utiliser la même indication que dans la question similaire 5). La question n'est traitée que dans les meilleures copies.

### Partie III

10) Rédaction souvent confuse et l'étude complète est rare. On peine beaucoup pour se ramener à résoudre  $e^{\text{ina}}=1$ , et à donner la condition nécessaire et suffisante :  $a$  en dehors de  $\pi Q$ .

11) Souvent traitée, le résultat visé étant en général connu des candidats.

12) Question rarement correctement traitée. On ne sait pas en général exploiter la question précédente.

13) Très rarement correcte ; on trouve la plupart du temps des raisonnements faux, ou même des interprétations inversées de la relation à prouver.

14) Rarement traitée, et n'est correcte que dans les meilleures copies. On pense très rarement à utiliser un polynôme approprié pour conclure.

15) On ne comprend pas toujours la question posée sur l'existence d'un  $N$  valable pour tous les éléments de  $F$ . Bien vu par ceux qui pensent à utiliser une base du sous-espace  $F$  de dimension finie afin de conclure.

16) 17) Souvent abordés, même si l'on n'a pas traité toutes les questions précédentes. L'étude de la diagonalisabilité ne débouche que pour ceux qui pensent naturellement à calculer  $t_a(e_k)$ .

18) Cette question finale n'est que très peu abordée. La synthèse n'était possible que si l'on a compris la démarche des questions précédentes. Elle n'apparaît que dans les toutes meilleures copies.