MATHEMATIQUES I - filière PC

I) REMARQUES GENERALES

Il s'agissait d'un problème sur l'usage des fonctions génératrices pour des calculs utiles en Probabilité (mais sans référence aucune à cette partie des mathématiques, ignorée des candidats). Il permettait de mettre en œuvre diverses parties du programme d'Analyse, et en particulier sur les séries entières. Les réactions des candidats n'ont pas toujours été à la hauteur des espérances des correcteurs sur ces questions. Néanmoins, il y avait bon nombre de questions de calcul ou indépendantes, qui ont permis un étalement satisfaisant des notes.

II) REMARQUES PARTICULIERES

Passons maintenant aux remarques sur les 19 questions posées.

1°) Le lien entre a_n et $f^{(n)}(0)$ n'est pas toujours vu, ce qui rend certaines explications données très mystérieuses et incomplètes. Beaucoup de candidats ne savent pas utiliser les propriétés connues des séries entières. Ainsi certains se lancent dans des justifications de classe C-infini avec des arguments erronés de convergence uniforme. Le cas x=1 est la plupart du temps oublié ou mal traité, sauf dans les meilleures copies.

2°) Question en général mal traitée, car la convergence normale (ou uniforme) sur [0,1] n'est que rarement évoquée, et le problème mal perçu. Pour la plupart, il s'agit d'un prolongement par continuité, naturel et automatique, et qui ne nécessite pas d'explications.

3°) Question de calcul, souvent abordée. Néanmoins certains échouent sur des calculs usuels comme celui d'une série géométrique ou l'usage du développement en série entière de ln(1-x). On voit aussi certaines confusions entre suites et séries.

4)° Cette question demandait quelques soins dans les raisonnements, et n'a été que rarement correctement traitée. La discussion sur a1 valant 1 ou non, peu envisagée. A défaut de raisonnement, on affirme, on se réfère au théorème des accroissements finis ou l'on fait un dessin, et avec au mieux quelques allusions à la convexité ; seules quelques copies présentent une justification complète et correcte. Un candidat réussit même à voir la question comme simple conséquence du « théorème du point fixe de Banach ».

5°) Comme au 1°), encore fallait-il avoir les idées claires sur les propriétés des séries entières pour donner des arguments justes, ce qui n'est pas toujours le cas. Le fait que le rayon de convergence R de j(U) soit ≥ 1, n'a pas toujours été justifié faute de connaître une interprétation adaptée de R. Il convenait aussi de ne pas considérer le « noyau » de j comme le font certains, F et S n'étant pas des espaces vectoriels.

6°) et 7°) Il s'agissait d'appliquer la propriété du produit de Cauchy, qui est inconnue ou mal connue des candidats. Cela conduit beaucoup de candidats à des explications inexactes ou abusives, et la convergence absolue des séries considérées souvent oubliée.

8°) Plus ou moins bien traitée. L'usage de j et de son injectivité était plutôt utile comme l'ont bien remarqué certains candidats, sinon on se lance dans un calcul lourd et mal justifié qui n'aboutit pas toujours. Certains confondent à nouveau suites et séries, d'autres mélangent associativité et distributivité.

9°) Question en général bien réussie, sauf par ceux qui ignorent les séries géométriques ou exponentielles.

10°) En revanche, les calculs nécessaires pour traiter cette question, ne sont achevés que dans les meilleures copies, et l'usage de j mal perçu.

11°) Il fallait avoir résolu 10°), et la question n'est bien traitée que dans les toutes meilleures copies. Le passage à la limite a réservé quelques surprises à ce niveau d'études.

12°) Très rarement bien résolue, car on occulte la démonstration de la convergence, et le recours aux sommes partielles. Peu de propositions sur le contre-exemple demandé.

13°) On conclut parfois sur l'inverse de l'inclusion demandée, après des explications mal maîtrisées. On évoque aussi des interversions de limites fantaisistes.

14°) Il est rassurant que la définition d'un produit scalaire soit connue d'une majorité de candidats, mais il y en a aussi qui oublient l'une des conditions. Rappelons qu'une rédaction affirmant sans justification des propriétés « claires » n'est pas acceptée, car justement l'expérience montre que cela n'est pas toujours si clair pour tous !

15°) L'établissement de l'inégalité de Cauchy-Schwarz (avec le choix du produit scalaire) n'a été fait que par les meilleurs candidats. Un peu de bon sens conduisait pourtant à se demander s'il n'était possible d'utiliser 14°), en faisant néanmoins attention au fait que ui ≥ 0.

16°) On retrouve ici les mêmes problèmes qu'en 2°) ; les raisonnements sur la convergence uniforme (même normale) sur [0,1] n'apparaissant que dans de rares copies.

17°) Peu abordée ou traitée, on voit des tentatives infructueuses ou l'usage d'une formule de Taylor inadaptée ou sans précaution. Quelques candidats intuitifs tentent alors parfois un passage en force, bien peu souvent rémunéré.

18°) et 19°) ne furent que peu traitées, même si les calculs faits plus haut permettaient d'aboutir rapidement.