1. MATHÉMATIQUES

1.1. Remarques générales

Plusieurs erreurs relevées l'an dernier ont été commises de nouveau cette année. Les encres pâles sont encore fréquentes, et un nombre croissant de candidats a obligé les correcteurs à utiliser la loupe tant leur écriture est minuscule. Le texte et les calculs sont souvent agrémentés de petites zones de texte coloré insérées avec des flèches par des candidats ne prenant pas la peine de rédiger une phrase pour justifier une assertion ou une expression. Une présentation soignée (écriture nette, absence de ratures, résultats encadrés) dispose très favorablement le correcteur.

Il est indispensable de travailler en profondeur le cours de mathématiques de première et de deuxième année, de connaître les théorèmes avec leurs hypothèses.

La rédaction des preuves doit être courte et complète ; tous les arguments sont attendus.

Les tentatives de bluff, moins nombreuses cette année, sont lourdement sanctionnées.

Les abréviations sont pléthore, au point de rendre la lecture parfois difficile en raison de l'ambiguïté qui peut en résulter : comment savoir que *ISMQ* signifie *« il suffit de montrer que »* ?

L'orthographe et la syntaxe sont souvent défectueuses : des démonstrations par l'absurde se terminent par *« donc impossible ».*

On recommande de bien traiter une partie des questions plutôt que de produire un discours inconsistant pour chacune d'entre elles.

Il est demandé aux candidats de numéroter leurs copies de façon cohérente : les examinateurs apprécient assez peu de se voir confrontés à un jeu de piste !

Enfin, les correcteurs ont été entonnés par le manque de soin ; beaucoup de copies ressemblent plus à un brouillon qu'à une épreuve de concours.

1.2. Mathématiques I — MP

Le problème qui portait sur l'analyse et les probabilités avait pour but de déterminer un équivalent de la somme d'une série entière, puis d'appliquer ce résultat à l'équation d'Airy. Les candidats ont été déstabilisés par le sujet, principalement par l'ordre des questions, puisque le même sujet, posé dans un ordre différent en filières PSI et PC, a donné de bien meilleurs résultats.

La question préliminaire consistait en la détermination des rayons de convergence de deux séries entières. Pour la première il fallait appliquer la règle de D'Alembert et de simplifier correctement des factorielles. Pour la deuxième, il fallait constater que la série était convergente pour toute valeur de z d'après ce qui précédait. Malheureusement, la majorité des candidats a préféré appliquer encore une fois la règle de D'Alembert, pour un résultat qui se réduisait en général à des ratures.

La question 2 a été abordée par tous, avec plus ou moins de succès au niveau des calculs et de la rigueur de rédaction, elle a bien départagé les candidats. Notons que l'apparition d'une partie entière provoque toujours des blocages.

À la question 3, la première partie était une question ouverte avec un calcul un peu technique, trop pour un début de problème, puisque moins d'un quart des candidats arrivait à la bonne réponse. La fin de la question, très difficile, n'a quasiment jamais été traitée correctement.

Les questions 4 et 5 ont été peu abordées, par exemple avec des sommes d'équivalents. Les correcteurs ont eu l'impression que beaucoup de candidats jetaient l'éponge et n'essayaient même pas les questions 6 et 7, dans lesquelles on trouvait pourtant des techniques étudiées en classes préparatoires.

On retrouvait une proportion correcte de candidats qui ont traité la question 8 qui consistait à appliquer l'inégalité de Bienaymé-Tchebicheff. Les difficultés sont venues de la loi de Poisson. L'espérance et la variance d'une variable aléatoire qui suit une loi de Poisson sont explicitement au programme des classes préparatoires, donc, sauf demande précise de l'énoncé, on peut directement utiliser le résultat sans refaire le calcul… ci qui évitait au mieux, une perte de temps, au pire, un résultat faux.

Dans la majorité des copies, la question 8 était la seule de la partie probabiliste à être abordée, les encadrements de la question 9 étaient un peu trop techniques et la question 10 n'avait pas beaucoup de succès non plus, probablement à cause du calcul un peu compliqué qui conduisait à une application du théorème de transfert.

Curieusement l'argument pourtant très classique de la famille de polynômes 1 échelonnée en degré était peu évoqué, les questions 11 et 12 n'étant abordées que dans les très bonnes copies.

À partir de la question 13, on retrouvait des thèmes classiques des classes préparatoires, et on aurait pu s'attendre à ce que les candidats en profitent pour rebondir. Cela n'a été le cas que pour une minorité d'entre eux.

À la question 13, on retrouvait les problèmes de calcul avec des factorielles du début du problème, mais les meilleurs candidats ont traité correctement la question.

La réponse (ou plutôt l'absence de réponse) à la question 14 a considérablement surpris les correcteurs dans la mesure où la série étudiée a été vue par la quasi-totalité des élèves des classes préparatoires.

On peut faire la même constatation avec la question suivante, qui est une question de cours. À part un blocage provoqué par les questions difficiles des parties précédentes, on ne voit pas comment expliquer les résultats extrêmement faibles de cette question, peu abordée et très mal traitée. Rappelons à cette occasion que l'application d'un théorème ne se réduit pas à citer le nom d'un mathématicien (même si c'est le baron Cauchy), mais à vérifier des hypothèses et à en déduire une conclusion. Et dans plus de la moitié du petit nombre de copies dans lesquelles la question était abordée, les hypothèses manquaient.

La question 16 consistait à rechercher une série entière solution d'une équation différentielle.

Les deux dernières questions n'ont été abordées de manière significative que par quelques candidats.

Dans ce problème, les candidats étaient plutôt préparés à traiter la fin du problème que le début, sans qu'il soit question de grappillage puisqu'il avait plusieurs questions à la suite relevant de thèmes classiques des classes préparatoires. L'excellent travail de préparation fait par les professeurs de prépa qui permet en général à leurs élèves de repérer les parties d'un sujet à aborder en priorité a trouvé ses limites avec ce problème, peut être aussi avec des élèves habitués à tout obtenir tout de suite. Il faudra en tenir compte pour les futurs sujets de concours.

1.3. Mathématiques II — MP

Le théorème spectral est certes moins souvent « spectrale », mais Schwarz et Cauchy sont souvent mal orthographiés. La rédaction est souvent insuffisante : les propriétés utilisées ne sont pas toujours citées, et on a régulièrement vu dix ou vingt lignes de calcul sans aucune explication ni justification. Les erreurs de calcul sont courantes, notamment sur les inégalités, et les raisonnements sont assez souvent incomplets, inachevés, inexacts ou faux, et surtout manquent de plus en plus de simplicité : que de circonvolutions parfois pour établir une propriété qui se déduit aisément d'un argument simple ! Cependant, une bonne partie des candidats s'est battue avec un sujet coriace, aux questions souvent ardues ou calculatoires, comme en témoignent les ratures qui émaillent un grand nombre de copies. Chapeau à ceux qui ont su traiter avec succès la majorité des questions du problème.

Question 1. Bien que la notion de matrice symétrique réelle définie positive ne soit pas au programme, cette question a été abordée avec profit par plus de la moitié des candidats. En effet, nombreux sont ceux qui ont fait le lien entre la matrice et l'intégrale proposée. Toutefois, si l'on ne peut se contenter d'écrire « il est évident que H_n est symétrique », l'établir ne nécessite pas non plus deux pages de calcul, et il n'est pas non plus pertinent de proposer une démonstration par récurrence. En outre, il est regrettable que les candidats soient si nombreux à traiter systématiquement une somme double comme un produit de Cauchy, ce qui les amène à commettre des erreurs dirimantes dans les indices de sommation. Certains autres ont utilisé le même indice pour les deux sommes. Les correcteurs ont également été frappés par le nombre de candidats qui ne semblent pas capables de maîtriser une somme double pour exprimer ${}^tX\, H_n\, X$ et écrivent des additions avec des pointillés. L'usage généralisé de ceux-ci en lieu et place du symbole de sommation est à proscrire. Du côté de l'intégrale, certains candidats confondent fonction non identiquement nulle et fonction qui ne s'annule pas, ou pensent que le carré d'un polynôme ne peut avoir de racine réelle. Enfin, un argument important manquait souvent dans le caractère défini, à savoir le fait que la nullité de $\tilde{X}(t)$ sur [0, 1] implique celle du polynôme $\tilde{X}$, celui-ci admettant une infinité de racines.

Question 2. Le sens direct était évident. Nombreux sont les candidats qui ont « démontré » le sens réciproque en simplifiant par ${}^tX$, ou en multipliant par l'inverse de ${}^tX$, ou en considérant que toute matrice est régulière pour le produit, ou encore en multipliant à gauche les deux membres par X puis « simplifié » par le *nombre réel* $X\,{}^tX$, parfois après de fortes contorsions dans le discours. Une telle stratégie est vouée à l'échec ; plus le propos est confus, plus le correcteur est à l'affût de la faille dans le raisonnement. Une bonne partie des candidats ont