

## **1.2 – Epreuves écrites**

### **1.2 A - MATHÉMATIQUES I - filière MP**

#### **I) LE SUJET**

L'objet de ce problème est d'étudier les propriétés des moments d'une application. Le sujet met en jeu une partie importante du programme d'analyse. Plus précisément, les notions suivantes jouent un rôle important dans le problème : formules de Taylor, inégalités des accroissements finis, intégrales à paramètres, théorèmes de convergence dominée, séries entières.

#### **II) LES RESULTATS OBTENUS**

La taille du problème est assez bien adaptée à la durée de l'épreuve, mais est peut être un peu trop longue pour certains candidats. Il semble en outre que l'énoncé comporte un peu trop de questions fermées. La plupart des questions sont assez faciles mais elles sont souvent rédigées de manière approximative, peut être par manque de temps. Cela dit, il semble au jury que cette épreuve a permis de bien classer par ordre de mérite les candidats.

La moyenne générale est de l'ordre de 9/20 pour l'ensemble de la banque Mines Ponts. L'écart type est de l'ordre de 3,8.

#### **III) COMMENTAIRE DETAILLE**

Nous allons indiquer quelques erreurs ou maladroites fréquemment commises. La plupart des questions demandent d'établir des résultats dans lesquels la réponse est donnée dans l'énoncé. Il est donc parfois malaisé de faire la différence entre une tentative de bluff et une rédaction vague émanant d'un candidat qui a à peu près compris ce qu'il faut faire. Une tentative de tricherie s'avère très pénalisante pour son auteur, car par la suite, le correcteur interprète toute rédaction vague comme une tentative de bluff.

Question 1. Les conditions de validité du théorème de convergence dominée, permettant de prouver qu'une intégrale à paramètres admet des dérivées à tout ordre, ne sont pas souvent vérifiées avec la précision et rigueur requises.

Question 2. Certains candidats confondent Taylor-Lagrange et Taylor-Young. Le cours sur les séries alternées est appliqué à des séries complexes...

Question 3. Certains candidats écrivent des inégalités qui n'existent évidemment pas s'agissant de nombres complexes.

Question 4. Dans le cas d'une fonction à valeurs vectorielles, il n'y a pas d'égalité dans les accroissements finis, mais seulement une inégalité.

Question 5. La formule de Stirling fournit un équivalent asymptotique et ne permet pas d'obtenir une inégalité précise valable pour tout entier.

Question 8. C'est la question un peu difficile du problème, mais certains candidats l'ont résolu avec brio.

Question 9. Certains candidats n'ont pas pensé à utiliser le fait que l'intégrale d'une fonction continue  $f$  permet de définir une primitive de  $f$ .

Question 10. L'étude de la limite de  $f_0(x)$  en 0 nécessite une démonstration. Le jury n'accepte une phrase vague du type : « par croissance comparée on obtient le résultat ». Certains candidats oublient

de vérifier la convergence d'une intégrale généralisée avant de la calculer. Ils oublient aussi de préciser que le changement de variable doit être de classe  $C^1$ .

Questions 12, 14 et 17 Le jury déplore un trop grand nombre de tentatives de bluff.

#### **IV) RECOMMANDATIONS AUX FUTURS CANDIDATS**

Il est préférable de commencer par lire tranquillement la totalité du sujet pour assimiler les notations et comprendre de quoi il retourne. Il est très important d'écrire lisiblement et d'encadrer les résultats obtenus.

A propos d'une question dont la réponse est donnée dans l'énoncé, le jury attend une démonstration très claire, concise et citant avec précision les théorèmes du cours et les résultats antérieurs utilisés (avec les numéros des questions correspondantes). Il faut éviter de court-circuiter la moindre étape.

En aucun cas, le correcteur ne peut attribuer de points s'il n'a pas la certitude absolue que la réponse donnée est parfaitement correcte d'autant plus qu'il n'est absolument pas question de pénaliser ceux des candidats qui ont pris le temps de bien rédiger. Nous recommandons donc vivement aux candidats, d'une part de chercher et construire chaque démonstration au brouillon, et d'autre part de ne recopier une démonstration au propre que lorsqu'ils sont certains qu'elle est devenue claire et concise.

De plus, nous conseillons fortement aux candidats qui ne savent pas traiter une question d'indiquer nettement qu'ils en admettent le résultat pour la suite.

Tout acte d'honnêteté est très apprécié. En revanche toute tentative de dissimulation ou de tricherie indispose les correcteurs et peut être très pénalisante.