1 Mathématiques

1.1 Remarques générales et conseils

Nous incitons les candidats à apprendre leur cours de mathématiques de première et de deuxième année en profondeur, de manière à maîtriser les notions et les théorèmes du programme. Nous leur conseillons également de s'entraîner intensivement au calcul, en particulier à la manipulation des inégalités.

Plusieurs erreurs relevées l'an dernier ont été commises de nouveau cette année.

Une **présentation soignée** (écriture nette, absence de ratures, résultats encadrés) dispose très favorablement le correcteur.

Les encres pâles sont encore fréquentes, et un nombre croissant de candidats a obligé les correcteurs à utiliser la loupe tant leur écriture est minuscule.

On recommande aux candidats d'employer une encre foncée, restant bien visible après numérisation. Le texte et les calculs sont souvent agrémentés de petites zones de texte coloré insérées avec des flèches par des candidats ne prenant pas la peine de rédiger une phrase pour justifier une assertion ou une expression.

Il est demandé aux candidats de numéroter leurs copies de façon cohérente : les correcteurs n'aiment pas être confrontés à un jeu de piste.

Il est fortement conseillé aux candidats d'aborder et de rédiger les questions dans l'ordre de l'énoncé.

Enfin, les correcteurs ont été étonnés par le manque de soin ; beaucoup de copies ressemblent plus à un brouillon qu'à une épreuve de concours.

La rédaction des preuves doit être courte et complète ; tous les arguments sont attendus. Les tentatives de bluff n'apportent aucun point et préviennent très défavorablement le correcteur quant à l'ensemble de la copie.

On recommande de bien traiter une partie des questions plutôt que de produire un discours inconsistant pour chacune d'entre elles. Nous rappelons que les questions « faciles » ; doivent être correctement rédigées pour être complètement prises en compte, surtout en début de problème.

Certaines copies obtiennent une note très faible en prétendant répondre à la quasi-totalité des questions. Les tentatives de bluff n'apportent aucun point et préviennent très défavorablement le correcteur. Les réponses aux questions « faciles » doivent être précisément rédigées, surtout en début de problème.

La rédaction est un élément essentiel d'appréciation. Elle est en fait difficilement dissociable du fond. On attend notamment des candidats la vérification de l'existence des objets manipulés, une déclaration claire des objets utilisés, un maniement soigneux des inégalités (notamment distinction entre inégalité large et inégalité stricte). Chaque théorème utilisé doit être clairement et complètement énoncé.

Nous suggérons également aux candidats de se relire, de manière à éviter de laisser subsister dans leur travail des absurdités criantes (par exemple, des inégalités entre nombres complexes).

Nous soulignons également l'importance d'une lecture rigoureuse de l'énoncé, qui guide la réflexion et permet d'éviter certaines erreurs.

Les copies doivent être rédigées en Français. Les paragraphes doivent commencer à gauche de la page et non au milieu, les phrases doivent commencer par une majuscule et se terminer par un point. Quant aux connecteurs logiques $\Leftrightarrow$ et $\Rightarrow$, ce ne sont pas des marques d'inférence et ils ne doivent donc pas remplacer « donc », « ainsi », « c'est pourquoi », etc.

Les abréviations sont pléthore, au point de rendre la lecture parfois difficile en raison de l'ambiguïté qui peut en résulter : comment savoir que ISMQ signifie « il suffit de montrer que » ?

L'orthographe et la syntaxe sont souvent défectueuses : des démonstrations par l'absurde se terminent par « donc impossible ».

Trop régulièrement les candidats redéfinissent sur leur copie les objets déjà définis par l'énoncé (par exemple ils écrivent « Soit $A = \ldots$ » à la première question), ce qui ne facilite en rien la tâche du correcteur. Inversement, trop de candidats ne prennent pas la peine d'introduire leurs propres notations.

Beaucoup de symboles mathématiques sont utilisés comme abréviations, et certains candidats utilisent des abréviations surprenantes (dc, sq, dz, sars, ...) potentiellement inconnues du correcteur. Attention aux notations non définies dans le programme et potentiellement ambigües : par exemple, utiliser $\sim$ pour désigner la similitude entre matrices est porteur de confusion avec l'équivalence entre matrices, et la signification de cette notation doit donc être précisée dans la copie dès sa première utilisation.

1.2 Mathématiques 1 - filières MP et MPI

1.2.1 Généralités et présentation du sujet

Le thème du problème était un théorème de stabilité de Liapounov. Il s'agissait d'un sujet commun aux filières MP et MPI.
Il permettait d'aborder un nombre significatif de parties du programme, topologie, algèbre linéaire et calcul différentiel.
Le problème était de longueur raisonnable, peut-être un peu long pour une épreuve de trois heures, mais un candidat l'a traité quasiment en totalité.
Le sujet était progressif, il a permis de classer correctement les candidats, pour le CCMP comme pour le CMT. La dernière partie, assez difficile et qui portait sur le calcul différentiel, a été très peu abordée, donc le barème valorisait les seize premières questions.
Les correcteurs ont observé une dégradation de la présentation des copies. L'interdiction des effaceurs et autres ne justifie pas les torchons, rappelons que le brouillon est fourni par le concours, par ailleurs les encres pâles passent mal à la numérisation. Que cela soit bien clair : si le correcteur n'arrive pas à lire, parce que l'encre est trop pâle, parce que l'écriture est indéchiffrable ou parce que les fragments de la démonstration sont noyés dans des ratures, il mettra zéro à la question. On ne met pas des points au bénéfice du doute. Une analyse détaillée des questions est présentée dans l'annexe A.

1.2.2 Conclusion

En résumé, on peut conseiller aux futurs candidats de rédiger soigneusement les questions de début du problème, d'écrire en noir et d'éviter l'excès de ratures. Une bonne méthode pour ce dernier point est de commencer les questions au brouillon, jusqu'à ce que l'on soit raisonnablement convaincu d'avoir compris la démarche à appliquer. On peut alors rédiger directement pour ne pas perdre de temps.

1.3 Mathématiques 2 - filière MP et MPI

1.3.1 Présentation du sujet

On se proposait, dans cette épreuve de quatre heures, d'étudier « la fonction de Wallis », notée f, sous différents aspects. Le but était, successivement, d'en préciser le domaine de définition, d'étudier sa régularité, ses variations, sa convexité, sa « «développabilité en série entière »... puis de la caractériser par une relation fonctionnelle. Elle concernait la presque totalité du programme d'analyse de première et seconde années de CPGE, dans les filières MPSI, MP et MPI. La difficulté et la longueur étaient raisonnables et sa résolution ne nécessitait que des techniques et savoirs conformes aux programmes officiels et à l'esprit de ces filières.
La première partie incluait l'étude d'une série entière (utile ultérieurement) et permettait, grâce à une méthode très classique, d'évaluer $\zeta(2)$.

8 Annexes

Ces annexes rassemblent les commentaires question par question, des épreuves écrites par matière et pas filière. Les énoncés sont disponibles sur le site du concours à l'adresse :
www.concoursminesponts.fr

A Mathématiques 1 MP/MPI

La question 1 était une question de cours, elle a été assez correctement traitée, avec tout de même des justifications un peu insuffisantes pour l'égalité des deux expressions.
A la question suivante, il manquait quelquefois une des conditions, la note attribuée dans ce cas était bien sûr zéro.
L'erreur de base à la question suivante consistait à croire que la norme euclidienne est sous-multiplicative, ce qui n'est pas le cas. Pour la dernière partie de la question, on demandait une démonstration par récurrence complète, les « par une récurrence immédiate » et autres « par itération » ne rapportaient aucun point.
La question 4 demandait quatre arguments, tout d'abord la polynôme caractéristique est scindé, mais il faut préciser que c'est parce qu'on s'est placé sur $\mathbb{C}^n$, puis les facteurs sont premiers entre eux, et la conclusion venait des théorèmes de Cayley-Hamilton et de décomposition des noyaux. Il n'était pas très rare qu'il manque un argument au moins.
A la question suivante, il fallait surtout être très attentif aux ensembles de départ et d'arrivée des diverses applications.
Nous avons trouvé à la question six des confusions entre sous-espaces caractéristiques et sous-espaces propres. On peut remarquer que l'application de deux résultats de cours permettait de traiter rapidement la question.
On peut faire, pour les questions sept et huit, la même remarque que pour la question cinq.
A la question neuf, une méthode naturelle est de faire un raisonnement par récurrence, mais ici aussi il faut le rédiger précisément et ne pas oublier l'initialisation.
La question dix était rarement traitée de façon parfaite, en raison du nombre important de justifications à donner, par exemple $|||id_{E_i}||| = 1$ manquait souvent. Il était également important de remarquer que la somme donnant $e^{ta_i - t\lambda_i id_{E_i}}$ était finie, du fait de la nilpotence de l'endomorphisme $a_i - \lambda_i id_{E_i}$.
La question onze se traitait à l'aide de questions précédentes, rappelons qu'il est important de les citer précisément.
Pour la question douze, il fallait à nouveau insister sur la dimension finie, les résultats utilisés n'étant pas vrais en dimension infinie.
A la question treize il était fréquent que le résultat de cours surles solutions du système différentiel ne soit pas cité ou énoncé de façon erronée.
Une erreur rencontrée à la question suivante consistait à prendre le sup d'une famille de polynômes, qui n'est en général pas un polynôme.
Passons à la question quinze. Un produit scalaire étant une application, il doit être défini pour tout couple de vecteurs de l'espace, et quand il est défini par une intégrale généralisée, il faut donc démontrer que cette intégrale est convergente. La vérification de la bilinéarité et de la symétrie pouvait se faire rapidement, mais sans se contenter quand même d'invoquer les mêmes propriétés pour le produit

scalaire canonique de $\mathbb{R}^n$ et la linéarité de l'intégrale. Enfin, pour démontrer que l'application était définie positive, il ne fallait pas oublier l'argument de continuité, puis donner à t la valeur 0, ou utiliser une propriété de l'exponentielle pour conclure.

A la question seize nous avons trouvé la première partie, surtout dans des copies qui ne contenaient pas grand chose sur les questions précédentes, et très rarement la fin de la question.

Les question suivantes ont été abordées par deux catégories de candidats :

- Les meilleurs, qui maitrisaient un minimum le calcul différentiel et avaient une vue synthétique du problème ;
- Les grapilleurs, qui sautaient de nombreuses questions pour s'essayer aux questions entre dix-sept et vingt mais ne récoltaient en général que très peu de points. Le grapillage paye rarement, et en particulier, sur ce problème il ne payait rien du tout.

RETOUR