

## EPREUVE DE MATHEMATIQUES B

Durée : 4 heures

### PRESENTATION DE L'EPREUVE

L'épreuve de mathématiques B du concours e3a filière PSI est constituée de 3 exercices indépendants.

### THEMES MATHEMATIQUES

Le premier exercice propose de retrouver le calcul des déterminants de Vandermonde et d'étudier deux applications de ce calcul.

Le deuxième exercice étudie, dans un espace euclidien, un endomorphisme dépendant de deux matrices  $A$  et  $B$  et a pour but de déterminer une condition nécessaire et suffisante, portant sur ces deux matrices, pour que cet endomorphisme soit orthogonal.

Le troisième exercice établit quelques propriétés de la fonction  $\Gamma$  d'Euler qui permettent d'établir des équivalents d'intégrales de la forme  $\int_0^1 f(x)^n dx$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$ , sous certaines conditions portant sur la fonction  $f$ .

### COMMENTAIRES

Ces trois exercices sont très guidés et rédigés de manière à ne bloquer aucun candidat. En effet la plupart des questions délicates consistaient à établir des résultats que l'on pouvait admettre et aborder ainsi la suite sans problème.

De plus, plusieurs questions ne présentaient aucune difficulté pour un candidat maîtrisant parfaitement son cours. On entend par là essentiellement : connaître avec précision les définitions, être capable de citer les théorèmes du cours et de les appliquer en vérifiant toutes les hypothèses.

Le jury déplore vivement que trop de candidats ne répondent pas à ces exigences.

On constate notamment que :

- seulement 60% des candidats connaissent la définition d'un produit scalaire
- 50 % des candidats connaissent la définition de l'adjoint d'un endomorphisme dans un espace euclidien
- 30% des candidats savent ce qu'est un endomorphisme orthogonal dans un espace euclidien
- 30% des candidats citent correctement le théorème de la convergence dominée mais la plupart d'entre eux n'arrivent pas à établir une hypothèse de domination permettant de conclure
- dans presque toutes les copies ayant abordé la question 2° d) de l'exercice 3, on lit «  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n - a_{n(c)}) = 0$  donc  $a_n \sim a_{n(c)}$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$  ».

D'autre part de nombreux candidats manquent par trop de rigueur dans leur raisonnement, les démonstrations ne sont qu'esquissées, leur déroulement manque de cohérence. Les raisonnements par récurrence sont particulièrement mal traités, trop souvent on n'y trouve aucune trace d'initialisation. Cette absence de rigueur est flagrante à la question 4° de l'exercice 3 qui est une application directe de la question précédente ; les candidats qui font cette question déterminent, avec des fortunes diverses, un développement limité en 0 de  $\frac{t}{\operatorname{sh} t}$  à

l'ordre 2, mais presque tous oublient de vérifier que cette fonction est décroissante sur  $[0,1]$ , condition qui était nécessaire pour établir le résultat de la question 3°b).

En conclusion le jury recommande fortement aux futurs candidats de faire un très sérieux effort d'apprentissage et de compréhension du cours ; d'autant plus que l'auteur du sujet se réserve la possibilité d'inclure des questions de cours ou des applications directes du cours dans les épreuves à venir.