EPREUVE DE MATHEMATIQUES B

Durée : 3 heures

L'épreuve de cette année était composée de trois exercices, deux d'analyse et un d'algèbre linéaire.
Dans l'ensemble, les étudiants ont préféré tenter leur chance sur les deux premiers exercices (et donc en analyse) plutôt qu'en algèbre linéaire.

Exercice 1

Il s'agissait de démontrer le résultat, valable au voisinage de l'infini, pour le reste d'une certaine série alternée : $R_n \approx (-1)^n \frac{u_n}{2}$.
Les questions étaient détaillées de façon à ne pas désarçonner le candidat et à lui permettre d'appliquer son cours.
Dans l'ensemble, bon nombre d'étudiants ont réussi cet exercice mais il est à noter que dans trop de copies, les résultats élémentaires sur les séries alternées ne sont pas maîtrisés.
Dans l'application proposée, il ne fallait pas oublier de vérifier que la série proposée vérifiait bien les hypothèses d'application du résultat.

Exercice 2

Cet exercice portait sur un résultat classique des séries entières réelles à coefficients strictement positifs et à rayon de convergence infini.
Il y avait plusieurs questions de cours et une fois le résultat établi, étaient proposés deux exemples d'application dont un qui faisait intervenir les solutions DSE d'une équation différentielle linéaire du second ordre.
Nous avons constaté un grand flou dans la recherche du rayon de convergence d'une série entière et dans l'application des théorèmes de cette partie du programme.
Les formules à obtenir étant données, il est regrettable que trop d'étudiants tentent d'y arriver à tout prix, sans aucun raisonnement et à la suite d'une série de calculs faux.

Application 1 : Nous déplorons que beaucoup de candidats pensent encore, à la fin d'une année de Mathématiques Spéciales MP que $\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^{n+1}$ est équivalent à 1 au voisinage de l'infini.
Application 2 : Mal traitée car trop peu de candidats arrivent à déterminer correctement les coefficients d'une solution DSE d'une équation différentielle linéaire du second ordre vérifiant deux conditions initiales. La fin de l'exercice n'a donc concerné que peu de copies.

Exercice 3

C'est un exercice d'algèbre linéaire autour de la matrice de Frobenius notée ici F.
Question 1 : détermination de ses valeurs propres et étude de l'ensemble de ses puissances successives.
Nous avons été surpris que de nombreux candidats soient gênés, voire arrêtés, par le calcul d'un déterminant d'une matrice carrée d'ordre n qu'il suffisait de développer par rapport à une colonne.
Que dire des candidats qui trouvent une unique valeur propre (ou deux) lorsque l'énoncé les appelle λ_1, λ_2, ... , λ_n …

Le calcul des puissances de la matrice F est souvent approximatif et rappelons qu'une base d'un espace vectoriel est une famille **génératrice et libre**.

Question 2 : Très peu abordée par les candidats qui semblent ignorer que si λ est valeur propre d'une matrice F et si p est un polynôme, alors $p(\lambda)$ est valeur propre de la matrice $A = p(F)$.

Les calculs faisant intervenir des nombres complexes restent très problématiques pour trop d'étudiants.

Question 3 : On y déterminait l'inverse de la matrice $A = p(F)$ et le nombre de copies à l'avoir abordée est insignifiant.

En conclusion, même si l'on peut regretter des lacunes certaines en algèbre linéaire pour beaucoup de candidats, l'épreuve a sélectionné correctement, les notes s'échelonnant de 0 à 20.

Rappelons enfin que les erreurs relevées précédemment et sur lesquelles nous avons volontairement insisté, n'empêchent pas de constater que dans leur majorité, les étudiants ont travaillé sérieusement les Mathématiques. Nous espérons que ces quelques remarques permettront aux futurs candidats de les aider dans leur préparation