

# EPREUVE DE MATHEMATIQUES A

Durée : 3 heures

## PRESENTATION DU SUJET

Le sujet est composé d'une première partie relative à des applications directes du cours. Des préliminaires concernent la résolution d'une équation différentielle à paramètres.

La partie I traite des séries de Fourier. La partie II s'intéresse au calcul d'une intégrale paramétrée.

## COMMENTAIRE GENERAL DE L'EPREUVE

Dans l'ensemble, des élèves connaissant leur cours avaient la possibilité d'avoir une note approchant la moyenne. En algèbre, un théorème apprécié des élèves est le théorème du rang que certains ont hélas utilisé pour trouver la dimension du noyau dans les préliminaires. A contrario, le pauvre « Cauchy-Lipschitz » n'a pas eu beaucoup de succès. Très peu de copies justifient correctement que l'application  $\phi$  est surjective. Le théorème de Dirichlet est souvent amputé d'une de ses hypothèses.

## ANALYSE PAR PARTIE :

### Cours

- 1) Quelques démonstrations étonnantes avec des polynômes ou avec une dérivée qui vaut un taux de variation.
- 3) Symétrie : des composées surprenantes dans les mauvaises copies. Dans les copies correctes, l'endomorphisme est rarement justifié. La décomposition est souvent redémontrée. La référence aux symétries est peu utilisée.
- 4) Un nombre non négligeable de candidats pensent qu'une fonction de type  $\cos(x) + 1$  n'est ni paire ni impaire.
- 5) Encore un peu trop de copies où on calcule un discriminant pour résoudre  $x^2 + 1 = 0$  (idem pour  $x^2 + \lambda = 0$ ). C'est souvent mal rédigé et les copies moyennes oublient de sélectionner les parties paires ou impaires. Quelques étudiants utilisent la méthode de la variation de la constante pour trouver des solutions particulières et n'aboutissent pas.

### Préliminaires

- 1) Il reste encore des copies où on prouve que  $\phi(0) = 0$  pour justifier la linéarité.
- 2) Voir plus haut
- 4 et 6) On voit des noyaux ayant un nombre fini d'éléments, une dimension inférieure ou égale à 2 dans les mauvaises copies. Les structures vectorielles et affines restent confuses pour certains.
- 5) L'équation caractéristique est rarement posée et étudiée rigoureusement (oubli souvent du cas  $\lambda = 0$ ).
- 7) La confusion ensemble vide et ensemble réduit au vecteur nul demeure chez certains. La question 7.3 est rarement traitée.

### Partie 1

- 1.1) Quelques lignes brisées, des fonctions non périodiques nous confortent dans l'idée qu'une question très anodine peut être discriminatoire. Il y a rarement des tangentes bien faites aux  $k\pi$ .

- 1.2) Plutôt bien réussi
  - 1.3) Voir début
  - 1.4) Plutôt bien réussi mais on peut ici débusquer quelques perles :  $(-1)/n^2$  est décroissante. Le rapport de d'Alembert est inférieur - car négatif - donc cela converge....
  - 1.5) Rarement traité. Souvent on dit que q existe sans expliquer comment le trouver.
  - 1.6) Les candidats connaissent la valeur de la somme.
  - 1.7) Cette question permet de scinder les candidats en 2 groupes : ceux qui ont bien compris la dérivabilité et les autres, qui récitent un théorème mis en défaut par le dessin effectué quelques lignes avant.
  - 2) On peut voire qu'une somme de fonctions continues est continue, même si cette somme est infinie...
- La suite est bien traitée par ceux qui savent leur cours et c'est un plaisir de lire alors des enchainements d'idées bien structurés.
- Le 2.4) est un succès relatif car certains arrivent à bien raisonner, malgré des erreurs avant.
- 3) Peu fait. Quelques curiosités : des équations différentielles avec des coefficients variables...
  - 4) Peu de scrupules chez certains qui remplacent  $x$  par 0 dans des séries divergentes.
  - 5, 6, 7, et 8) Très inégal et peu satisfaisant pour le correcteur. On met néanmoins souvent des points à la question 7. Les DL n'ont toujours pas la cote, hélas !

## Partie 2

- 1) A part les irréductibles de la majoration sans valeur absolue et des équivalents en l'infini audacieux, c'est souvent compris.
- 2) Quelques « si et seulement si », un regain d'erreurs du type du 1) mais beaucoup ont compris.
- 3) L'intégration par parties est souvent mal traitée et on trouve l'opposé du résultat prévu. Certains utilisent les complexes mais la justification des limites nulles à l'infini est souvent passée sous silence.
- 4 et 5) Très peu traité convenablement, sauf la fin qui permet de prouver que l'on sait lire un énoncé.

## ANALYSE DES RESULTATS

La partie II a permis à ceux qui ont quelques problèmes avec la partie I de se rattraper. Force est de constater que le tracé d'une fonction périodique pose toujours autant de problèmes aux candidats. Les résultats sur les équations différentielles linéaires à coefficients constants sont peu maîtrisés.

## CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS

Une bonne connaissance du cours permet aux candidats via la première partie de l'épreuve, d'obtenir un bon nombre de points. Il faut bien citer/vérifier que toutes les hypothèses soient satisfaites avant d'appliquer un résultat du cours. Il nous paraît important que la notion de développement limité fasse l'objet d'une meilleure préparation.