

## Rapport de l'épreuve de Mathématiques MP A

L'épreuve qui dure 4 heures, est constituée d'un problème qui portait cette année sur les polynômes annulateurs d'un endomorphisme d'un espace vectoriel et en particulier sur le polynôme minimal de cet endomorphisme lorsqu'il existe.

Quelques questions de cours permettaient de situer le problème, de tester les étudiants sur leurs connaissances concernant ce sujet et de déterminer des exemples simples de polynômes annulateurs dans le cas de la dimension  $n = 3$  ou  $n = 4$ .

Les résultats du cours ne sont pas toujours cités avec la précision nécessaire et laissent parfois entrevoir des confusions graves entre vecteurs, endomorphismes et polynômes : un polynôme d'endomorphismes est-il un endomorphisme ? un polynôme annulateur  $p$  de l'endomorphisme  $u$  vérifie  $p(u) = 0$  sans que soit précisé nettement qu'il est 0.

Les exemples, simples, de l'introduction sont souvent traités trop rapidement. Si les équations différentielles proposées sont en général traitées correctement, la structure de l'ensemble des solutions d'une telle équation reste vague et la question 6.5.3. est rarement traitée.

Le problème commence par des questions simples afin de tester des notions simples d'algèbre linéaire classique. Dans l'ensemble, ces questions sont bien traitées et montrent globalement une connaissance correcte de ces notions. Par contre, pour certains candidats, certaines notions très simples comme "matrice d'un endomorphisme" restent très floues, voire inconnues. A noter que le lien entre composantes d'un vecteur dans une base et base duale de cette base est rarement établi.

On recherche ensuite quelques polynômes minimaux d'endomorphismes simples en dimension finie : les questions sont très détaillées de façon à ne pas désarçonner le candidat et il a été constaté sur ces questions un manque de rigueur dans le raisonnement : lorsqu'on trouve un polynôme  $p$  qui vérifie  $p(u) = 0$  (endomorphisme nul), les candidats pour être polynôme minimal sont souvent mal exposés, ce que l'on avait déjà rencontré dans la question 6.5.3. des questions de cours.

Étaient proposés ensuite plusieurs exemples simples de détermination de polynômes minimaux en dimension infinie. Là encore, ce qui a le plus marqué le jury est le manque de rigueur des candidats dans la rédaction.

Enfin, dans la partie 3, souvent seule la première question (qui était du cours) a été traitée correctement.

En conclusion :

Le jury a été surpris par certains candidats (pas trop nombreux il est vrai) qui ont une méconnaissance totale des notions simples d'algèbre linéaire : les premières notions de bases telles : familles libres, liées, images itérées d'un vecteur d'une base, matrice d'un endomorphisme dans une base, sont parfois très mal maîtrisées.

La moyenne s'est établie naturellement aux alentours de 10 et ce sujet nous a permis de bien étaler les notes des candidats entre 0 et 20.

Pour finir, il semble que l'Algèbre Linéaire soit toujours pour les étudiants difficile à assimiler correctement en deux années.