

## EPREUVES DE MATHEMATIQUES 2

Durée : 3 heures

### PRESENTATION DU SUJET

**Epreuve de problème. 4138 copies ont été corrigées avec une moyenne 9.61 sur 20 et un écart-type de 4.15.**

Le sujet traitait de distances à un cône dans l'espace des endomorphismes symétriques d'un espace euclidien. Il était composé de 6 parties, dont la première constituée de questions de cours sur de l'algèbre linéaire.

### ANALYSE PAR PARTIE

La première partie constituée de questions de cours permet au candidat de se remettre en mémoire les notions utilisées dans la suite du problème. Pour une majorité de candidats, le cours est connu mais parfois trop superficiellement (énoncé fantaisistes du Théorème de Cayley Hamilton)

**Dans la partie 1** (traitée par un grand nombre de copies) qui étudiait des propriétés élémentaires des matrices nilpotentes, on peut regretter des lacunes dans la manipulation du produit matriciel ( $AB = O \implies A = O$  ou  $B = O$ ) et dans la manipulation des déterminants ( $\det(A^p) = p * \det(A)$ ). Beaucoup de candidats oublient que les matrices concernées étaient à coefficients complexes : une lecture attentive du sujet leur aurait évité des erreurs.

**La partie 2** a été elle aussi abordée par une grande partie des candidats. Rappelons que pour démontrer qu'une propriété est fausse, il suffit souvent de donner un contre exemple : trop d'étudiants se contentent d'affirmer sans prouver. Notons qu'il a été difficile pour beaucoup de trouver une matrice de taille 2-2 de rang 1. Trop de candidats sont encore arrêtés par une équation du second degré ! et confondent inversibilité et diagonalisabilité.

**Dans la partie 3**, on peut regretter que la dimension de  $M_n(R)$  ne soit pas toujours connue ainsi que la linéarité de la trace. Le calcul du produit de deux matrices se résume trop souvent à un dessin.

**Dans la partie 4**, il est souvent oublié que l'on travaille avec des matrices strictement triangulaires : cela a engendré bon nombre d'erreurs.

**La partie 5** est celle qui a été la moins abordée de toutes. Les principales erreurs rencontrées : oubli de citer la continuité, validité des passages à la limite, mauvaises linéarités du déterminant.

**La partie 6** est souvent abordée. On remarque que les candidats oublient de donner le domaine de validité des DSE qu'ils utilisent et n'hésitent pas à les appliquer aux matrices, ce qui les amène à écrire  $A^{(1/2)}$  : on regrette le manque de recul de ces candidats par rapport à ce qu'ils écrivent.

## CONCLUSION

L'épreuve de problème, sur un thème complémentaire de ceux choisis pour les exercices, a permis par les questions préliminaires de tester à la fois les connaissances du candidat sur le cours dispensé pendant les deux années de classes préparatoire et la faculté à prendre du recul par rapport à des notions manipulées dans différents contextes. Le problème comportait des questions progressives et de difficultés diverses de façon à classer les candidats. Pour réussir une telle épreuve, les candidats doivent apprendre à répondre à des questions rédigées de façon très progressive sur des notions (ou/et notations) introduites en début d'épreuve, à savoir faire des synthèses des résultats obtenus, d'une partie à l'autre du problème. Tout ceci, évidemment, ne peut se faire qu'en pouvant s'appuyer sur des connaissances solides en mathématiques qui ne peuvent se réduire à un apprentissage approximatif des théorèmes et définitions.