

# Physique

## Présentation du sujet

Lancé en 2008, le satellite Jason 2 a pour mission de dresser une cartographie des surfaces océaniques. Ce problème aborde trois problématiques liées à ce satellite à travers des domaines distincts du programme de première et de seconde année. Pour être pleinement efficace, la position du satellite placé en orbite quasi circulaire doit être très bien déterminée. Les perturbations de la trajectoire liées à la déformation ellipsoïdale de la Terre sont évaluées dans une première partie du problème après une étude du mouvement pour une Terre supposée sphérique.

Le satellite Jason analyse la surface de l'eau par zones de 7 km de côté. La télémétrie par rétrodiffusion de l'onde radio de la surface de la mer requiert un contrôle précis de l'aplomb du satellite par rapport au point de la surface océanique étudié. La houle peut faire apparaître des pics parasites de rétrodiffusion analysés dans la seconde partie du problème sur la base du principe d'Huygens-Fresnel pour un coefficient de réflexion d'abord uniforme puis spatialement modulé.

Comme l'émetteur radio du satellite est situé au-dessus de la couche ionosphérique, la traversée de ce plasma par l'onde électromagnétique s'accompagne d'une dispersion et éventuellement d'une absorption. La troisième partie analyse les divers cas de figures avant de conclure quant à la pertinence du choix de la fréquence de travail.

## Analyse globale des résultats

Cette épreuve bien calibrée en durée et en difficulté a permis à de nombreux candidats d'aborder des pans entiers du problème. De ce fait, les très mauvaises copies ont été particulièrement rares. L'amélioration de la qualité de la présentation des copies s'inscrit dans une progression continue depuis plusieurs années. Malheureusement la qualité de l'expression française reste trop souvent douteuse. La prise en compte de la précision des résultats numériques est correctement maîtrisée dans l'ensemble. Toutes les parties du problème ont été abordées avec des performances similaires :

- 36% des points des candidats ont été obtenus dans la partie I qui représentait 36% des points du barème ;
- 7% ont été obtenus dans la partie II (11% des points du barème) ;
- 39% ont été obtenus dans la partie III.A et III.B (31% des points du barème). Cette partie a été traitée dans sa quasi intégralité dans un nombre significatif de copies. Sans difficulté majeure, les premières questions ont clairement limité le nombre de très mauvaises copies ;
- 18% ont été obtenus dans la partie III.C (22% des points du barème).

Une analyse en termes de pourcentage de réussite par partie montre que l'électromagnétisme III.A et III.B a été abordé avec une bonne efficacité à 54%. Un manque de temps a néanmoins pénalisé la partie III.C. Les 42% de réussite pour la mécanique ne doivent pas induire en erreur. L'étude de l'écart à la trajectoire circulaire était beaucoup plus délicate que l'étude nettement plus classique de l'orbite pour une Terre sphérique. L'optique avec 28% de réussite apparaît comme le parent pauvre de ce problème. On ne peut pas imputer ce déficit uniquement à la difficulté toute relative de la diffusion par la houle.

## Commentaires sur les réponses apportées

### I Le satellite Jason 2

#### *I.A – Étude de l'orbite*

La définition du référentiel géocentrique reste confuse dans un nombre non négligeable de copies en dépit des commentaires des rapports des années précédentes. Pour analyser le mouvement d'un objet assimilé à un point matériel dans un champ gravitationnel à symétrie sphérique, le programme officiel propose plusieurs approches sans n'en privilégier aucune. La méthode retenue dans ce problème s'appuie sur le vecteur de Runge-Lenz, dont l'invariance dynamique découle de la conservation de l'énergie mécanique et du moment cinétique. Les questions très guidées donnaient rapidement l'expression du paramètre et de l'excentricité de la conique. Si de nombreuses copies ont parfaitement traité cette série de questions, il n'en reste pas moins qu'une petite fraction de candidats n'est manifestement pas bien préparée pour ce concours.

Le cas particulier du mouvement circulaire pouvait se traiter directement par application du principe fondamental de la dynamique. Cet exercice très simple doit pourtant être traité de manière rigoureuse en particulier sur l'écriture vectorielle et sur le choix de la base de projection polaire. L'énoncé demandait clairement d'établir diverses expressions des caractéristiques du mouvement circulaire. Il ne fallait pas se contenter de donner le résultat. Signalons que beaucoup de candidats établissent une expression littérale correcte de l'énergie mécanique, mais se trompent sur le signe de l'application numérique. Par ailleurs, une certaine confusion règne entre l'énergie potentielle gravitationnelle et l'énergie potentielle de pesanteur.

#### *I.B – Écart à la trajectoire circulaire*

Le calcul du champ de gravitation pour une Terre présentant une déformation ellipsoïdale pouvait se mener par analogie avec l'électrostatique à partir de la relation  $\vec{g} = -\text{grad}(V(r, \theta))$ . Il n'y avait pas d'ambiguïté sur le signe même si de nombreux candidats se sont trompés. À l'ordre zéro en  $J_2$ , on devait retrouver un champ radial centripète. La valeur maximale du rapport  $|g_\theta/g_r|$  était forcément de l'ordre de grandeur de la correction proportionnelle à  $J_2$ . Il n'était pas nécessaire de développer un calcul d'extremum de fonction.

La suite de cette partie de mécanique du point était beaucoup plus délicate à traiter. La difficulté essentielle était la projection du moment cinétique  $\vec{\sigma}_T$  sur la base fixe. La composante suivant  $\vec{e}_{zg}$  pouvait se « lire » sur les figures 2. Le sens de rotation du satellite sur son orbite (fig 2.b) donne l'orientation de  $\vec{\sigma}_T$  (axe  $OZ$  de la figure 2.a). La détermination de  $\sigma_{zg}$  en découle et les autres composantes sont à l'avenant. Les meilleurs étudiants ont surmonté ces difficultés purement géométriques pour montrer que l'angle  $i$  était constant. L'étude de la période de répétitivité n'a par contre pratiquement jamais été traitée.

### II Diffusion des ondes radar par l'océan

#### *II.A – Diffusion sur une mer plate*

La diffusion par la surface lisse de l'océan de l'onde émise par le satellite présente une très grande similitude avec le problème Physique I-MP du concours 2011. Malheureusement les erreurs relevées

l'an dernier restent d'actualité en dépit du fait que l'expression de l'intégrale de Fresnel était donnée dans le sujet 2012.

L'erreur la plus répandue et lourde de conséquences porte sur le signe présent dans l'expression du déphasage en fonction des angles. L'inversion de signe provient d'une mauvaise gestion des angles orientés définis dans la figure 3. Les candidats font plus confiance au résultat de leur calcul qu'à leur aptitude à mener une analyse physique. Le test qui permettait de détecter une erreur de signe, lourdement pénalisée dans le barème, était pourtant simple. La direction prévue par l'optique géométrique correspond à un déphasage nul (car  $t_0 \in \mathbb{R}_+$ ) entre l'onde incidente et l'onde réfléchie, d'où un éclaircissement maximal pour  $\theta' = -\theta$ . Il est alors clair sans calcul que cette direction ne peut correspondre à l'écho perçu par le satellite que si celui est à l'aplomb de la surface de l'eau. À l'évidence, ce n'est pas la méconnaissance de l'expression mathématique qui est en cause, mais bien la compréhension des concepts sous-jacents à la loi physique.

### *II.B – Diffusion sur une mer houleuse*

La présence de la houle induit une modulation spatialement périodique du coefficient de réflexion. La valeur moyenne de ce coefficient correspond au cas d'une surface lisse étudiée au II.A. Pour faire apparaître les deux autres ondes, il suffisait de développer le cosinus comme somme de deux exponentielles complexes. Les trois intégrales se calculent sans difficulté, bien que le calcul explicite des amplitudes associées aux trois ondes ne fût pas demandé. Pour contourner cette difficulté toute relative, plusieurs candidats utilisent leur calculatrice pour mener l'intégration. Ce qui n'est pas gênant en soi tant que le calcul débouche sur une exploitation physique pertinente.

Les directions des pics de diffusion, que l'on rapproche de la diffraction, pouvaient se déduire des expressions des déphasages correspondants. Certains excellents candidats n'ont pas manqué de souligner que les angles recherchés pouvaient se prévoir par la relation de Bragg des réseaux optiques par réflexion. Plus rarement, quelques copies montraient que l'écart angulaire suffisait pour que les pics de diffusion soient bien séparés vu la largeur de la zone étudiée.

## **III Propagation d'ondes électromagnétiques**

### *III.A – Ondes électromagnétiques dans le vide*

Si les formes locales des équations de Maxwell sont connues de la quasi-totalité des candidats, trop peu ont su exprimer correctement la forme intégrale des équations de Maxwell. En particulier, le théorème d'Ampère en régime non permanent n'a que très rarement été explicité. Il ne suffisait pas de dénommer ces lois, mais bien d'écrire les intégrales correspondantes. Un effort de rigueur s'imposait pour définir clairement les surfaces ou les boucles d'intégration fermées utilisées dans ces expressions. Vu le caractère récurrent de ces énoncés approximatifs, il est peu probable que le faible nombre de bonnes réponses résulte d'une lecture hâtive de l'énoncé. Il faut reconnaître que la majorité des étudiants ne maîtrise pas correctement ce type de relations intégrales.

L'équation de D'Alembert et la description de l'onde plane progressive harmonique se propageant dans le sens des  $x$  croissants, polarisée rectilignement dans la direction  $\vec{e}_y$  sont globalement assez bien maîtrisées. Par contre, la notion de milieu dispersif est très mal assimilée par de nombreux étudiants. Pour certains, le simple fait d'établir une relation dénommée « équation de dispersion » prouve que le vide est dispersif. La justification du caractère non dispersif du vide doit être étayée sur la base de la vitesse de phase : un milieu est dispersif si la célérité de l'onde dans le milieu dépend de la fréquence imposée par la source comme cela figure dans le programme d'optique de

première année. Ceci n'apparaît pas clairement si on se base sur le caractère linéaire de la relation de dispersion. L'interprétation physique du vecteur de Poynting donne souvent lieu à confusion entre l'énergie et la puissance.

Les divers vecteurs associés à l'onde ont régulièrement été définis par les candidats à l'aide de notations complexes en dépit de l'énoncé qui demandait explicitement les expressions réelles. Ce point est essentiel : les grandeurs complexes constituent un outil puissant dont il faut connaître les limites. La distinction entre notation réelle et valeur moyenne à l'aide des quantités complexes n'est pas toujours clairement comprise. Si l'énoncé demandait clairement de revenir aux notations réelles, c'était pour éviter ces écueils.

### *III.B – Ondes électromagnétiques dans un milieu conducteur*

L'équation de propagation dans un milieu conducteur de conductivité complexe donne l'occasion de présenter une équation de dispersion complexe. L'interprétation du caractère complexe du vecteur d'onde pose souvent problème. L'expression réelle du champ électrique demandée dégageait l'essentiel en la matière. La partie réelle du vecteur d'onde est liée à la propagation, tandis que sa partie imaginaire traduit l'évolution de l'amplitude avec la position. Les divers cas proposés ensuite correspondent, soit à une amplification, soit à une atténuation. Souvent le premier cas a été éliminé d'office en imposant à l'amplitude de rester bornée pour une propagation à l'infini, ce que l'énoncé ne précisait pas.

La définition de la vitesse de phase est très souvent farfelue et trop rarement reliée à la vitesse de déplacement des fronts des plans d'ondes ou à la vitesse de propagation de la phase. Cette vitesse a été très souvent mal exprimée car donnée avec  $k$  complexe ! Par la suite, beaucoup de candidats n'hésitent pas à prendre la racine d'un complexe, quand ils ne vont pas jusqu'à utiliser une relation d'ordre sur  $\mathbb{C}$ .

Le vecteur de Poynting en tant que grandeur quadratique doit être manié avec beaucoup de précautions en notations complexes. Les candidats n'ont pas toujours suivi les consignes de l'énoncé, ce qui a induit de nombreuses erreurs, car l'expression du vecteur de Poynting était essentielle pour terminer la partie III.B dans de bonnes conditions. L'étude énergétique, bien abordée dans les bonnes copies, validait l'analyse précédente du vecteur d'onde complexe, y compris en présence d'une interface entre deux milieux.

### *III.C – Propagation des ondes électromagnétiques dans l'ionosphère*

Pour montrer que la force magnétique est négligeable devant la force électrique, les candidats comparent trop souvent des grandeurs qui n'ont pas la même dimension comme le champ magnétique et le champ électrique. L'étude de la conductivité complexe du plasma a été globalement bien menée sur la base de la relation fondamentale de la dynamique, même si trop de candidats ont d'emblée négligé la contribution ionique. L'expression de la puissance volumique moyenne fournie par le champ électromagnétique aux électrons libres n'est pas toujours connue. Elle est pourtant nécessaire pour relier le caractère non absorbant du plasma à une conductivité imaginaire pure. La présence des courants engendrés dans le plasma n'entraîne pas de phénomènes dissipatifs si la densité de courant est en quadrature avec le champ électrique.

La fin de cette partie est très classique et sans grosse difficulté. Elle pouvait être traitée efficacement en réinvestissant les éléments dégagés dans la partie III.B en y ajoutant la vitesse de groupe. Celle-ci est le plus souvent présentée comme la vitesse de propagation de l'enveloppe, de l'information ou encore de l'énergie, même s'il existe de rares cas où cette dernière interprétation n'est

pas pertinente. Signalons néanmoins les erreurs les plus répandues. Un nombre considérable de candidats donne des pulsations en Hz ou compare une pulsation et une fréquence. Le qualificatif « évanescent » est utilisé parfois à mauvais escient.

### Conseils aux candidats

Dans ce sujet de longueur raisonnable, il était impératif de lire attentivement l'énoncé. Les contraintes imposées par le sujet permettent de limiter les causes d'erreurs. C'est particulièrement net pour les candidats qui n'ont pas respecté la consigne de revenir systématiquement aux notations réelles en électromagnétisme. Il est pratiquement toujours judicieux de procéder à une analyse physique préalable au calcul. Ceci aurait évité beaucoup d'erreurs dans la partie optique ondulatoire. Le calcul n'est pas une fin en soi mais doit déboucher sur une interprétation physique. Il faut rester critique à la fois sur les applications numériques et sur les expressions littérales. Il n'est pas si rare que les réponses à deux questions consécutives se contredisent.

### Conclusions

Ce problème de difficulté très raisonnable a permis à la grande majorité des candidats de progresser dans le problème tout en maintenant une bonne dispersion des notes. Le jury a vivement apprécié le grand nombre de copies conséquentes, qui traduisent une bonne connaissance du cours, tout en déplorant qu'il reste des candidats présentant une méconnaissance totale de questions véritablement élémentaires. Les candidats ayant fourni des efforts réguliers durant leurs deux années de préparation ont ainsi récolté les fruits de leur assiduité, même si la finalité d'une épreuve est de dégager les meilleurs d'entre eux.