

# Mathématiques 2

## Présentation du sujet

Ce sujet s'intéresse aux versions probabilistes, discrètes et continues de la notion de moment. La première partie établit des propriétés de la série génératrice des moments appliquées sur plusieurs loi usuelles. Dans les autres parties on construit une expression non nulle dont tous les moments le sont.

Il fait appel à des notions variées du programme de seconde année : probabilité, séries entières, intégrales impropres mais aussi de première année : dérivation, raccordement.

Les questions posées demandent presque toutes une bonne compréhension et du soin, il n'y a quasiment aucun grappillage possible.

## Analyse globale des résultats

Le sujet est d'une longueur à priori raisonnable avec des parties très indépendantes qui ont toutes été abordées. Les tout meilleurs candidats traitent correctement la quasi totalité de l'énoncé. Mais pour la très grande majorité des candidats l'énoncé est bien trop long pour son niveau de subtilité.

Les candidats doivent comprendre qu'une épreuve du concours Centrale-Supélec n'est pas une épreuve de vitesse. La longueur s'explique en partie par la nécessité de trier les tous meilleurs candidats mais aussi par la volonté d'aborder plusieurs thèmes afin de permettre à chacun de montrer ses qualités dans au moins un domaine. L'objectif d'un candidat devrait surtout être de faire bien, avant de faire beaucoup. De nombreuses copies abordent plus de trente questions sans proposer une seule réponse correcte.

En probabilité les candidats connaissent les lois usuelles, le théorème de transfert, les propriétés liées à l'indépendance mais n'en ont pas assez tiré profit, faute de prendre le temps de comprendre les questions et de s'appliquer à y répondre rigoureusement (les candidats ont obtenus en moyenne 20,6 % des points mis en jeu par cette partie).

Concernant les séries entières les connaissances sont un peu décevantes. Le développement du binôme est très mal connu, l'importance d'un rayon non nul occulté. Et les subtilités de la différentiation des résultats réels ou complexes leurs échappent complètement : la plupart dérivant, voire intégrant, sans états d'âmes, par rapport à la variable complexe.

Il en est de même des intégrales impropres : la moitié des candidats abordant la question n'arrive pas à justifier complètement la convergence de l'intégrale impropre de la question 36. Mais le plus alarmant sont les questions concernant la dérivation. Moins du quart de nos étudiants ont, à bac plus deux, compris ce qu'était une dérivée. Aux confusions habituelles, et toujours aussi préjudiciables, entre taux d'accroissement et nombre dérivé, limite de la fonction dérivée et limite du taux d'accroissement, s'ajoute maintenant une ignorance des règles de calculs. En question 16 trop de candidats ne trompent en dérivant un quotient ou une composée.

## Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

### Ne pas se cacher derrière des formules toutes faites

À chaque question est attendue une réponse argumentée, précise et rigoureuse. Le jury ne se contente pas d'une vague allusion, il veut un énoncé précis et la vérification soignée de chaque hypothèse (surtout à la première utilisation d'un théorème). Aucune formule toute faite ne dispense de ce travail.

La plus souvent rencontrée ici était « par croissance comparée » formule magique permettant de « justifier » que n'importe quel produit de deux expressions positives a une limite nulle (voire infinie si cela arrange d'avantage).

Les raccourcis « d'après le cours » ou « d'après les questions précédentes » ne sont pas des arguments suffisants. Une des subtilités de la partie I était justement de comprendre quand utiliser la question 4 et quand utiliser la question 5.

### **Justifier l'existence avant d'établir quelque propriété que ce soit**

La formule « sous réserve d'existence » a trop souvent été agitée comme un paratonnerre sans jamais se préoccuper de la dite existence.

On ne parle, ne calcule, ou ne majore, une limite, la somme d'une série ou une intégrale qu'après avoir prouvé son existence.

Dans ce problème intervenait de nombreuses sommes doubles, demandant donc deux justifications soignées successives rarement présentes. Pire les candidats qui abordent **Q23.** en admettant **Q22.** tentent, en général sans succès de justifier la convergence de la somme indexée par  $j$  sans laquelle la formule **Q22.** n'aurait aucun sens.

### **Prendre le temps de comprendre et de répondre**

Les questions élémentaires comme la **Q14.** sont bâclées. On découvre dans les réponses « la continuité de l'exponentielle en l'infini » (*sic*), des prolongements en zéro de fonctions existant déjà en zéro et surtout des résultats de composition presque toujours erronés.

Et les questions subtiles comme **Q4.** et **Q5.** sont également bâclées. Là où le jury espère presque une demi page de justifications point par point des hypothèses du théorème admis, avec un soin particulier pour les valeurs absolues ; on trouve souvent un vague remord, dans la marge, en diagonale, trois mots sensés être convaincants.

### **Honnêteté intellectuelle et sens critique sont les premières qualités recherchées**

Certes les résultats cherchés figurent ou se devinent souvent dans l'énoncé mais c'est leur démonstration, et non leur affirmation, qui est évaluée. Le jury qui est tout disposé à donner une partie des points de la question à un candidat ayant compris quel théorème utiliser, ou su traiter un aspect du problème, sanctionnera systématiquement d'un zéro (à la question) toute contre vérité flagrante, surtout si elle vise à retomber sur le résultat de l'énoncé.

### **Conclusion**

Le jury a apprécié la qualité de certaines copies à la fois concises et rigoureuses. Il s'inquiète de la méconnaissance générale de la notion de dérivée. Il invite les candidats à travailler leur cours en profondeur. Notre matière nécessite une compréhension fine qu'aucune recette toute faite ne peut compenser. Nous ne cherchons pas des automaths.