

Mathématiques 2

Présentation du sujet

Le sujet est consacré à l'étude de la transformée de Fourier (et son application à la théorie de l'échantillonage de Shannon) et de la transformée de Laplace d'une fonction intégrable. Il fait appel à de très larges parties du cours d'analyse et de probabilités de deuxième année et dans une moindre mesure à celui de première année.

Analyse globale des résultats

Le sujet est assez long même si un petit nombre de candidats très rapides et efficaces parviennent à en traiter correctement la quasi totalité dans le temps imparti. Les candidats précis dans la rédaction et l'utilisation des théorèmes d'analyse de seconde année auront obtenu une note tout à fait honorable sans avoir eu besoin d'aborder chacune des six parties.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux futurs candidats

La présentation des copies et en particulier des calculs laisse parfois à désirer (ratures, résultats non mis en valeur...). Nous conseillons aux candidats de souligner les points importants du raisonnement en plus d'encadrer les résultats.

La question **I.B** portant sur le caractère développable en série entière d'une fonction est très mal traitée. Beaucoup de candidats même d'assez bon niveau par ailleurs présentent un raisonnement confus qui se termine parfois par le prolongement en zéro d'une fonction qui y est déjà définie. Le problème vient la plupart du temps de la difficulté sous-jacente à toute question de la forme « montrer qu'il existe... ». Le candidat a alors intérêt à utiliser un brouillon pour faire l'analyse du problème avant d'expliquer clairement l'objet vérifiant la propriété requise (ici, il s'agissait de présenter une série entière).

Quelques questions nécessitent l'utilisation de théorèmes spécifiques aux intégrales à paramètres. Les correcteurs sont alors particulièrement attentifs à la présence de l'hypothèse de domination adaptée au contexte particulier. Ils regrettent de voir trop souvent des majorations de nombres complexes ou encore des majorations d'un module par un nombre complexe. La vérification de la cohérence de la domination obtenue (une valeur absolue dans le terme de gauche et une fonction à valeurs positives à droite) permettrait sans doute d'éviter ce type d'erreurs. Sur ces mêmes questions, les correcteurs sont très favorable à une présentation numérotée des différents points à vérifier.

Lorsqu'un candidat applique un théorème de changement de variable ou d'intégration par partie dans sa version « intégrale généralisée », le jury apprécie de voir rappelées certaines hypothèses spécifiques même si les constatations sont parfois totalement évidentes.

La formule de Taylor ne permet pas d'assurer que toute fonction infiniment dérivable est développable en série entière (question **III.B**)

Conclusion

Le jury a apprécié la qualité de certaines copies dont les auteurs non seulement dominent les parties du programme abordées dans le problème, mais sont capables de rédiger des solutions rigoureuses, claires et précises. Ils obtiennent des notes en correspondance avec les qualités manifestées