# Mathématiques II

Le sujet portait sur la représentation plane de figures tridimensionnelles (perspective cavalière). Le problème était bien gradué et débutait par une première partie «facile», proche du cours pour terminer par une troisième partie beaucoup plus «abstraite» qui exigeait des qualités de compréhension et qui n'a été abordée que par un nombre très restreint d'élèves.

- La première partie portait sur des généralités relatives aux projecteurs non orthogonaux et les endomorphismes auto-adjoints (avec une « question de cours », au I.D.2) qui n'a été faite correctement que par un candidat sur cent !

Elle a largement été abordée par la plupart des candidats et s'est révélée, d'emblée très discriminante, car certains candidats n'ont pas compris les enjeux.

- La seconde partie concernait la projection d'une sphère (centre (0, 0, 0) et rayon R) et faisait, évidemment, intervenir la notion d'antécédent par la projection, notion qui n'est pas toujours très claire pour les élèves.
- La troisième et dernière partie permettait de mettre en évidence une famille de cercles de la sphère précédente, qui «balaye» cette sphère, dont les projections sont encore des cercles et dont on étudiait les propriétés.

On observe que :

- 95 % des élèves ont largement traité la partie I (avec des réponses justes ou fausses) ;
- 30 % des élèves ont assez largement traité la partie II ;
- Pratiquement aucun élève n'a traité la partie III., à l'exception du III.B.1) qui a eu un certain « succès ».

Bien souvent les difficultés se sont souvent posées au niveau le plus élémentaire, du langage, de la logique, de la syntaxe. Par ailleurs, il semble qu'une proportion non négligeable d'élèves ne domine pas le cours de base, n'en a pas compris les définitions et est incapable de le reproduire ou de l'utiliser. Précisons quelques points :

- Tout d'abord, au risque de se répéter :

La numérotation des pages est indispensable ! Les correcteurs n'ont pas du tout envie de se livrer à un « jeu de piste » face à une copie où les pages et les questions ne sont pas indiquées clairement. Signalons aussi que nombre de candidats affectent au pages et aux questions des numéros fantaisistes qui n'ont aucun rapport avec la réalité !

- Toujours, au risque de rabâcher :

Une assertion se prouve par une démonstration.
La négation s'obtient par un contre-exemple.

On trouve, dans plus d'un cas sur deux, pour résoudre la question I.C.3.b), par exemple :

« Comme $p$ n'est pas bijective, $p(u) = p(v)$ n'implique pas $u = v$ ».

Ceci ne démontre rien. Un exemple de raisonnement correct — et pas plus difficile — serait :

« Si $u$ n'est pas proportionnel à $\nu$ (qui appartient à $Ker\ p$),
les vecteurs $u$ et $v = u + \nu$ ne sont pas colinéaires et ont même image par $p$ ».

- De même, la phrase :

« On ne peut pas en déduire que ... est vrai (resp. faux »
(trouvée dans la plupart des copies pour la négation des réciproques de I.C.3.a) et b))

n'a aucune valeur et, contrairement à ce que pensent de nombreux candidats, pas du tout la même signification que :

« On peut déduire que ... est faux » — après un contre-exemple,
resp. « On peut déduire que ... est faux » — après une démonstration.

- La plupart des élèves semble incapable de gérer un raisonnement par équivalence :

Ils débutent sur des équivalences (plus ou moins bien étayées), puis continuent sur des implications (elles-aussi plus ou moins bien étayées) et enfin terminent sur une équivalence !

- Certains candidats font preuve d'une naïveté touchante :

« Je n'arrive pas à démontrer ..., mais il me semble que .... »

Inutile de transmettre des « impressions » au correcteur : il ne pourra attribuer de points si aucune démonstrations n'est présentée.

- Comme tous les ans, on s'aperçoit que, pour certains, les mathématiques tiennent plus de la magie que du raisonnement. Ils écrivent des formules incompréhensibles et espèrent que le correcteur y trouvera son compte.

Voici un exemple assez significatif, vu à plusieurs reprises, avec des « variantes » :

Si $D$ et $D'$ sont deux droites confondues :

$$D = D' \Longrightarrow p(D) = p(D') = p(D - D') = p(0) = 0 \ !$$

- L'orthographe ne s'améliore pas :

« Les vecteurs sont libres et forment une base orthogonal », « la droite vectoriel porté par ... », « la base d'arriver ... » etc. ...

Le jury souhaite ne pas pénaliser d'éventuels candidats étrangers et ne traduit pas ces carences dans la notation mais il est quand même surpris que ce phénomène touche près de la moitié des candidats.

- Le jury voudrait tout particulièrement insister sur la question I.D.2)a) :

C'était une «question de cours» ; celui-ci n'est ni connu, ni compris :

On donnait une forme quadratique $q$ sur l'espace euclidien $\mathbb{R}^3$ et on demandait de montrer, en le déterminant, qu'il existe un unique endomorphisme auto-adjoint $u$ de $\mathbb{R}^3$ tel que (en simplifiant les notations) :

$$q(X) = < u(X), X > = 2xz + 2yz - z^2 \text{ pour tout } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 .$$

L'existence, pour trois quart des candidats, consistait à proposer $u(X) = \begin{pmatrix} 2z \\ 2z \\ -z \end{pmatrix}$ !

(et à admettre ou «démontrer» (sans grande difficulté d'ailleurs) que $u$ est auto-adjoint, en exhibant évidemment une matrice non symétrique, sans que cela pose problème !).

La démonstration était grandement facilitée par le fait que, pour une bonne moitié des candidats, un opérateur est auto-adjoint si, pour tout $X \in \mathbb{R}^3$, $< u(X), X > = < X, u(X) >$.

L'unicité était « obtenue », dans la presque totalité des cas, par le «raisonnement» suivant : si $< u(X), X > = < u'(X), X >$, pour tout $X \in \mathbb{R}^3$, alors, comme c'est vrai pour tout $X$, $u = u'$ !

La nervosité normale d'un jour de concours ne suffit pas à expliquer les erreurs aussi grossières et les candidats ont le droit (et même le devoir) de se demander parfois si leurs assertions « peuvent » être exactes, voire ne pas être complètement dénuées de sens.

Les épreuves de mathématiques requièrent évidemment des connaissances, de la logique, de la rigueur (tout ce qu'on appelle «l'esprit scientifique»), mais elles exigent aussi surtout une qualité précieuse qui s'appelle le «bon sens».

# Sciences physiques

## Physique

Ce sujet porte sur l'étude des détecteurs de véhicules dits à boucle inductive. Il s'articule autour des chapitres d'électronique et d'électromagnétisme de 1ière et de 2nde année.

Le découpage de l'étude en quatre parties très progressives et largement indépendantes, a permis à la majorité des candidats de s'exprimer pendant toute la durée de l'épreuve. Les différentes questions requièrent des aptitudes variées qui peuvent être de nature qualitative, quantitative ou à caractère calculatoire. Les étudiants n'ayant négligé aucun de ces aspects et qui ont traité avec précision, rigueur et clarté les deux tiers de l'épreuve ont été gratifiés d'une note très honorable.

La première partie porte sur un oscillateur quasi-sinusoïdal. Elle a été globalement bien réussie et représente à peu près 39% de la production des candidats.

Voici néanmoins les erreurs ou imprécisions les plus courantes :

- I.A.2. Il s'agissait de l'effet de peau (cité par seulement 12% des candidats). Pour répondre correctement à la question il fallait signaler que la section utile de conducteur diminue avec la fréquence, ce qui entraîne une augmentation de sa résistance électrique. Seuls 5% des candidats ont su justifier convenablement cette dépendance. L'effet de peau étant explicitement au programme de la filière PSI, le jury a été surpris par le faible taux de réussite à cette question.
- I.A.3. Cette question peu évidente a dérouté plus de 90% des candidats, ceci dit l'énoncé suggérait une démarche possible.
- I.C.1. On trouve souvent $C_{\text{éq}} = C_b C_s/(C_b + C_s)$ au lieu de $C_b + C_s$. De plus, le jury préférait une démonstration s'appuyant sur les fondamentaux (c'est à dire sur l'addition des courants ou des charges), plutôt que sur la notion d'impédance complexe.
- I.C.4. Certains candidats ont fait la confusion entre des solutions sinusoïdales (avec $b = 0$ et $1 - c < 0$) et des solutions oscillantes (où $b^2 - 4a(1 - c) < 0$).

La deuxième partie concerne la réflexion d'une onde électromagnétique sur un conducteur parfait. Elle a aussi été globalement bien traitée et représente 36% de la production des candidats.