

- Le hors-sujet, caractérisant non seulement un devoir ignorant ou faussant les termes de la question posée, mais aussi une réflexion générale sans rapport direct ni constant aux œuvres du programme, auxquelles on ne saurait substituer d'autres textes, philosophiques ou littéraires. Il ne s'agissait aucunement, ici, d'accumuler des considérations sur le bonheur ou la raison, en les appuyant de vagues références à Kant, Sartre ou Rousseau.
- La méconnaissance grossière des œuvres, jamais citées, oubliées pour certaines, ou scandaleusement appauvries et déformées: on ne sait pas écrire le nom de Picrochole, et le Commandeur devient « *le Commodore* » (sic). Sganarelle est pris par quelques-uns pour un modèle d'humanité et de sagesse.
- La pauvreté de la pensée, conduisant bien souvent à des énormités: croyant bien faire et aller dans le sens de François Châtelet, on ose affirmer que la raison « *ne servirait à rien* », qu'elle serait totalement dépourvue « *d'esprit critique* » (sic). Curieuses convictions pour des scientifiques !

**Beaucoup réussissent à combiner tous ces travers, et cumulent donc toutes les plus lourdes pénalités. Ils pourront donc conclure en toute honnêteté, comme les meilleurs l'ont déjà fait, que l'épreuve de rédaction doit être préparée comme elle sera notée: de façon très rationnelle .**

## Mathématiques

### Mathématiques I

Le problème proposé cet année portait sur l'études de classes de conjugaisons par difféomorphisme croissant d'applications continues différentiables et croissantes d'un intervalle borné dans lui-même. Cette épreuve permettait de tester l'habileté des candidats à manipuler des développements limites ainsi que la formule de Taylor.

Toutefois, les correcteurs ont noté une augmentation sensible (par rapport à l'an dernier) du nombre d'erreurs grossières, dont voici quelques exemples.

I.B.1 : trop de candidats confondent la suite des itérées de  $f$  avec la suite géométrique des puissances de  $f$  - malgré la notation rappelée au début de l'énoncé : malheureusement cette erreur se propage dans le I.B.3, et dans le II.C.2.

I.B.2 : presque tous les candidats remarquent que la suite des itérées de  $f$  est décroissante et minorée par 0 ; beaucoup trop concluent immédiatement que cette suite converge vers 0 ; parmi ceux qui pensent à dire que la limite  $l$  est un point fixe de  $f$ , i.e. que  $f(l) = l$ , trop peu justifient cela en faisant appel à la continuité de  $f$ .

I.C : de trop nombreux candidats confondent la positivité du produit infini avec celle de la série donnant son logarithme.

II.B.3 et II.C.1 : plusieurs candidats tentent de déduire ces questions de la question II.B.1, sans voir par exemple que II.B.2 découle de la continuité de  $f'$  en 0, et que II.C.1 est une application de la formule de Taylor-Lagrange.

II.C.2 : de trop nombreux candidats disent que cette question découle de la convergence simple de la suite des itérées de  $f$  - alors qu'il s'agit en fait de la convergence uniforme de cette suite.

II.D.2 : le théorème de dérivation des suites de fonctions n'est pas très bien maîtrisé : c'est un point fondamental du programme, que les candidats doivent connaître parfaitement.

III.A.1 : la plupart des candidats essaient de calculer la suite des dérivées de la fonction considérée en tout point, et pas seulement en 0 ; ils ne voient donc pas qu'il suffit de calculer un développement limite en 0 pour ensuite l'identifier au développement de Taylor de cette fonction.

### Mathématiques II

Le problème de Mathématiques II a semblé difficile. La moyenne a été faible mais un écart-type important (en fait sensiblement égal à la moyenne) a permis de bien sélectionner les bons candidats car il a dégagé ceux qui faisaient preuve d'un esprit scientifique rigoureux et de bonnes connaissances mathématiques de base.

Les correcteurs ont souvent constaté que des candidats ne cherchent absolument pas à comprendre l'énoncé. Ils pensent pouvoir résoudre le problème en alignant des formules dont ils ignorent souvent la signification.

Le sujet portait sur des trajectoires d'équations différentielles vectorielles :

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \text{ avec } x(0) = x_0 ;$$

la donnée initiale  $x_0$  appartenant à un espace euclidien  $E$ .

Les candidats ont souvent confondu les trajectoires et les vecteurs, dérivant ceux-ci sans hésitation :  $\frac{dx}{dt} = f(x)$ , pour  $x \in E$ .

La première partie portait sur une étude générale et il faut signaler des erreurs très fréquentes :

- résolution de l'équation différentielle **vectorielle** :

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \Leftrightarrow \frac{dx}{f(x)} = dt, \text{ ou } \frac{dx}{x} = f dt, \text{ puis on passe aux logarithmes ....}$$

- plus grave encore et très fréquent :

$$x'(0) = f(x_0) = , \text{ pour tout } t \Rightarrow x(t) = x_0 + t f(x_0).$$

Il se trouve que cette formule était celle qui était escomptée au I. C , mais la démonstration ci-dessus reste fausse. Aux autres questions, elle conduisait directement à un résultat erroné.

La seconde partie concernait les endomorphismes à trajectoires bornées.

Le théorème de Cayley-Hamilton ne semble pas inspirer de nombreux candidats.

Mais cela paraît moins grave que la confusion fréquente :  $P(f) = 0 \Leftrightarrow \det P(f) = 0$ .

De plus «  $P(f) \cdot Q(f) = 0 \Rightarrow P(f) = 0$  ou  $Q(f) = 0$  ».

La troisième partie était dévolue à l'étude des endomorphismes à trajectoires sphériques. D'emblée, presque tous les candidats (plus de 99 sur 100) se sont livrés à des affirmations « fantaisistes »:

- pour prouver l'implication :  $\forall u \in E, (u/f(u)) = 0 \Rightarrow f + f^* = 0$ , ils ont montré que,  $\forall u \in E, (u/f + f^*(u)) = 0$ , et ont alors affirmé que, comme le produit scalaire est défini positif, on peut en déduire que  $f + f^* = 0$ .

Signalons que la dérivée de  $\|x(t)\|^2$  est égale à  $2\|x(t)\|\|x'(t)\|$ , pour une proportion importante de candidats.

Enfin, si tous les candidats pouvaient numérotter les pages ou les feuilles, cela éviterait des recherches parfois infructueuses et toujours désagréables.

Le jury aurait souhaité que les candidats fassent preuve, devant ce sujet certes difficile, mais tout à fait abordable, d'un effort de compréhension des problèmes et d'autocensure, qu'ils n'écrivent que des formules qui aient un sens ( la notion de **dérivée** devrait être connue précisément, et on ne devrait jamais voir des **rapports** ou des logarithmes de vecteurs, ce qui a été très fréquent ici), qu'ils aient le souci de toujours démontrer, ne jamais affirmer sans preuve.

Ajoutons qu'il y a aussi de très bons candidats, qui ont dominé le sujet, tant au niveau des concepts que des calculs pas toujours évidents et qui ont su exploiter leurs connaissances, notamment dans les seconde et troisième parties où le cours d'algèbre était fortement sollicité.

## Sciences physiques

### Physique

La filière PSI se singularise par son ouverture sur la physique appliquée. Elle nécessite une solide formation, qui mérite d'être contrôlée, en physique générale. C'est le cas cette année.

Le problème aborde de nombreuses parties du programme. Les candidats se sont en général essayés à chacune d'entre elles. Mais après avoir traité quelques questions élémentaires, ils se sont retrouvés en grande difficulté. Cependant on constate que certains ont été à court de temps en abordant la troisième partie. Rappelons qu'il faut prendre connaissance de l'intégralité du sujet avant de commencer pour consacrer l'essentiel de son temps aux parties du programme que l'on maîtrise le mieux.

Le problème a bien joué son rôle de sélection .

#### Partie IA

- Le facteur de Boltzmann est peu reconnu. Les densités volumiques de charge et de particules sont le plus souvent confondues. Certes, il est fréquent de rencontrer dans le langage usuel l'expression : « Soit une charge électrique ... » au lieu de : « Soit une particule chargée électriquement ... ». La notation de la grandeur considérée participe alors à la définition de celle-ci. On rencontrera plutôt l'expression : « Soit une charge électrique  $q$  ... ». Dans l'énoncé, la notation classique  $\rho$  pour cette densité volumique