hélas, on aboutit ainsi uniquement à l'inégalité de Bessel, sauf à savoir que cette famille est totale dans $L^2([0,1])$, ce qui est hors-programme sous cette forme - et qui est précisément ce qu'exprime l'égalité de Parseval.

d - Pour traiter la question I.B.4, il fallait également se ramener à f_- ; sous l'hypothèse que f$f(1) = 0$, cette fonction est 4-périodique continue, de classe C^1 par morceaux ; dans ce cas les sommes partielles de la série de Fourier de f_- convergent normalement vers f_- d'après le théorème de Dirichlet.

Ces deux questions I.B.3 et I.B.4 ont donné lieu à d'importantes confusions : plusieurs candidats croient que la convergence en moyenne quadratique de la question I.B.3 coïncide avec la convergence uniforme - certains vont même au bout de cette logique en affirmant que les normes et$\|.\|_2$ et $\|.\|_\infty$ sont équivalentes. D'autre invoquent le théorème de Weierstrass de densité des polynômes trigonométriques dans l'espace C des fonctions continues sur $[0,1]$; ils croient en déduire que les sommes partielles de la série de Fourier de f_- , qui sont les projections orthogonales de f sur les polynômes trigonométriques de degré donné, et qui sont donc de meilleures approximations de f au sens de la convergence en moyenne quadratique, sont en fait de meilleures approximations de f au sens de la convergence uniforme.

e - Pour appliquer le théorème des valeurs intermédiaires à une fonction f définie sur $]a, b[$ il faut vérifier que f est continue puis, par exemple, montrer que f tend vers $+\infty$ (resp.$-\infty$) lorsque x tend vers ce qui est le cas de figure de l'énoncé. Pour vérifier ensuite que la solution est unique, il suffit de vérifier la monotonie <u>stricte</u>.

f - Dans la question II.A.1, de nombreux candidats omettent de mentionner que l'intégrale d'une fonction continue sur l'intervalle $[0, t]$ est une fonction de classe C^1 de la borne supérieure t .

g - Dans la question II.A.2., de nombreux candidats évoquent le théorème de Fubini (interversion de l'ordre des intégrations dans une intégrale double) sans aucun rappel ou vérifications des hypothèses du théorème.

h - Dans la suite de la partie II, de nombreux candidats invoquent l'énoncé «Toute matrice symétrique est diagonalisable» sans préciser le corps de base - ce qui donne évidemment une énoncé faux dans **C**.

Mathématiques II

Un problème bien conçu dans l'esprit PSI qui a mis en valeur les candidats doués d'un esprit scientifique rigoureux et ayant acquis de bonnes connaissances mathématiques de base.

Mais cette épreuve a aussi, de nouveau, mis en évidence un défaut que nous déplorons souvent chez de trop nombreux candidats : une "affirmation" n'est pas une "démonstration" (et des calculs incompréhensibles, sans fil directeur clairement exprimé, à l'issue desquels on affirme pouvoir conclure n'entraînent jamais l'adhésion du correcteur).

Le sujet comportait trois parties : Les parties I (Matrices tridiagonales) et II (Fonctions splines cubiques) proposaient d'étudier deux types d'approximation classiques d'une fonction sur un segment et de les comparer. La troisième partie (Un exemple de structure euclidienne) munissait l'espace $R_n[X]$ des polynômes à coefficients réels de degré inférieur ou égal à n d'une structure euclidienne et étudiait certaines propriétés des polynômes interpolateurs de Lagrange relativement à cette structure. Elle était indépendante des deux premières et ce fait était clairement annoncé dans le préambule.

En général, les candidats ont cependant commencé par le début et on observe que :

- 95 % des élèves ont largement traité la partie I et 40% d'entre eux y ont obtenu une note supérieure à 8/20.
- 25 % des élèves ont assez largement traité la partie II et 70% d'entre eux y ont obtenu une note supérieure à 8/20.
- 30 % des élèves ont assez largement traité la partie III et 40% d'entre eux y ont obtenu une note supérieure à 7/20.

Les effectifs se sont donc répartis souvent sur les deux parties II et III (les deux pour les bons candidats) et un nombre significatif de candidats ont fait le choix délibéré de ne pas traiter la partie II et d'approfondir la partie III, ce qui pouvait se révéler une stratégie intéressante pour les "algébristes".

Cette année, il y a eu peu d'erreurs caractéristiques contre lesquelles nous puissions mettre en garde. Il s'agit plutôt d'une tendance générale; c'est l'esprit scientifique lui-même qui doit être formé. Le jury demande que les candidats fassent preuve d'un souci de rigueur constant et, reprenant le début de ce rapport car il s'agit d'une demande fondamentale, avoir la volonté de toujours démontrer, ne jamais affirmer sans preuve et toujours expliciter les idées directrices du raisonnement, ce qui permet de mieux en discerner les failles éventuelles ou le caractère indubitable.