

- manipulation des inégalités dans le champ réel.
- nombres complexes et relation d'ordre: les modules sont systématiquement oubliés.
- division par une expression éventuellement nulle.
- calcul des dérivées : en particulier la dérivation des fonctions composées n'est pas maîtrisée.
- équivalents et développements limités.

3 - Les formules élémentaires de trigonométrie ne sont pas connues

4 - Le raisonnement par récurrence - lorsqu'il est effectué - n'est pas assimilé ou maîtrisé. On ne peut que répéter une fois de plus qu'un tel raisonnement n'est pas toujours aussi "immédiat, évident, clair..." que le pensent certains candidats et que les associations du type "on prouve de proche en proche" ou "on suppose que pour tout  $n$  la propriété soit vraie" sont sanctionnées.

5 - La notion de convergence normale d'une série de fonctions n'est pas connue de la quasi totalité des candidats et le théorème de dérivation terme à terme des séries de fonctions s'applique dans la plupart des copies dès que le terme général est dérivable et que la série de fonctions converge uniformément.

6 - Le théorème de convergence ponctuelle des séries de FOURIER est imparfaitement connu.

7 - la notion de fonction développable en série entière n'est pas acquise : malgré l'environnement du problème, pour un très grand nombre de candidats, une fonction indéfiniment dérivable est ipso facto développable en série entière.

On peut aussi souligner que des questions banales comme la résolution des équations  $\frac{r+r^{-1}}{2} = x$  où  $x \in [1, +\infty]$  et  $|T_n(x)| = 1$  où  $x \in [-1, 1]$  ne sont pas exécutées de façon correcte et donnent lieu à des successions d'équivalences ou d'implications dépourvues de tout commentaire ou à des résultats relevant de la plus haute fantaisie.

Beaucoup de candidats ne font pas preuve d'aucun esprit critique : par exemple, alors que le texte prend soin de souligner que le polynôme associé à la fonction polynomiale  $T_n : x \mapsto \cos(n \arccos x)$  est encore noté  $T_n$ , de nombreux candidats s'étonnent dans la question (I,C) que l'on calcule  $T_n(x)$  avec  $x \in [1, +\infty]$  et n'hésitent pas à écrire dans la question (II, A, 1),  $T_n(+1) = \pm$ .

On peut enfin déplorer que beaucoup de copies manquent de rigueur et proposent des démonstrations plus que partielles des résultats demandés. De façon générale, la présentation matérielle est juste satisfaisante, la rédaction - lorsqu'elle existe - sommaire et l'orthographe quelque peu déficiente.

## Mathématiques II

Le sujet proposé cette année aux candidats portait sur les automorphismes orthogonaux laissant fixes certaines parties de  $\mathbf{R}^3$  euclidien.

Les candidats ont souvent abordé une proportion importante du problème, voire la quasi-totalité, mais avec une fortune très variable : pour cela, les notes se sont réparties sur toute l'échelle permise par le barème et avec un écart-type élevé.

En I.A1, les candidats se sont souvent limités aux exemples évidents, alors que la symétrie par rapport au plan d'équation  $y = x$  s'obtenait facilement. À noter que l'intersection de deux plans de symétrie n'est pas nécessairement un axe de symétrie. Évidemment, quelle que fût la liste des éléments de symétrie annoncés, un minimum de justifications était exigé.

En I.A2, il est étonnant que la majorité des candidats ne se soit pas donné la peine de préciser que l'ensemble obtenu est une *réunion de droites*. Il est à signaler que l'on ne parle pas d'une *union* de parties. Cette question a donné lieu à des erreurs surprenantes : beaucoup de candidats, confondant les aspects *vectoriel* et *affine* de la notion de plan, donnent de  $P_j$  une équation de la forme  $y = \dots$  ! Le préambule invoquait bien un plan *vectoriel* et, dans le texte de la question, l'article **défini** coupait court à toute présence de paramètre.

En I.A3 (et, plus loin, pour d'autres preuves d'égalités), on relève trop d'assertions fantaisistes : notamment l'injectivité (ou la surjectivité) de  $\mathbf{R}$  puis la dimension (!) de  $Q_0$ .

En I.A4, le *cône de révolution* est rarement reconnu. Même si l'on se limite aux candidats qui évoquent un cône, les natures proposées sont en général trop vagues (*cône quadratique*) ou incorrectes (*cône à base, ou à section, ou à directrice, circulaire*) : furent-ils simplement quadratiques, les cônes contiennent toujours des cercles.

En I.B1, les exemples proposés témoignent encore une fois d'un manque de discernement entre les aspects *vectoriel* et *affine* de la Géométrie euclidienne.

En I.B2c,  $\mathbf{K}^+$  est souvent assimilé, au terme d'une discussion bâclée, à l'ensemble de rotations vectorielles d'axe  $(O, k)$ . Cela retient évidemment sur certaines des questions qui suivent.

En I.B3,  $K^\circ$  est trop souvent l'ensemble des "rotations d'axe  $-k$ " (ou "d'angle  $- \pi$ ") !

En I.C1, les axiomes d'un sous-groupe *multiplicatif* sont souvent incomplets ou erronés.

En I.C2a,  $S_i$  est généralement perçu comme une isométrie gauche et cela compromet la suite de la question. Parmi les candidats qui passent cet écueil, beaucoup s'imaginent que les angles des rotations s'additionnent et ne reconnaissent donc pas le demi-tour. Par contre, la recherche de l'axe devient quasi-anecdotique.

En I.C3iii, et dans les questions qui suivent, la confusion entre *norme* et *carré de norme* est chronique. L'inégalité de CAUCHY-SCHWARZ, pourtant rappelée par le préambule, devient souvent  $\langle x|y \rangle^2 = \|x\| \cdot \|y\|$ .

En I.D2, beaucoup de ceux qui traitent la question matriciellement pensent que la matrice de  $q_0$  relativement à la base canonique est un produit de *deux* matrices.

En I.C3iv et I.D4, la différence entre sous-espace *propre* et sous-espace *stable*, entre *supplémentaire* et *supplémentaire orthogonal* n'est généralement pas assimilée. Beaucoup de propriétés fausses sont inventées pour la circonstance.

En II.A, le rôle des quantificateurs est passé inaperçu ; de ce fait, le sens direct s'est souvent résumé à une paraphrase de la réciproque (qui, elle, était immédiate).

Les questions II.C ont été l'occasion de nombre de confusions : dans la définition d'*endomorphisme symétrique*, dans la distinction en *application linéaire* et matrice (trop d'assimilations sans précaution) et enfin dans la caractérisation matricielle des endomorphismes symétriques.

Enfin, dans la question II.E2a, il faut faire remarquer que "*démontrer que  $g$  est une fonction polynomiale de degré 2*" et "*démontrer que  $g$  est une fonction polynomiale de degré au plus 2*" n'est pas le même énoncé. En outre, il est plus élégant (et économique) de faire valoir que la positivité de  $g$  découle de la limite en  $+ \infty$  plutôt que d'une discussion portant sur les zéros !

De manière générale, les copies font montre d'un manque évident de rigueur : ainsi, les candidats emploient les hypothèses de I.B. pour conclure en I.C. alors que le point de vue a manifestement changé. De même, on ne trouve la démonstration d'une *égalité* entre parties que lorsque l'énoncé le demande explicitement (voir par exemple I.A.3) ; faute de cela, seule une *inclusion* est en général établie. Rarissimes ont été les copies, même parmi les meilleures, qui ne recelaient pas à un moment ou à un autre une erreur grave de raisonnement ou de logique.

Enfin, les candidats devraient s'habituer en cours d'année à rédiger convenablement leurs copies : si un certain nombre d'entre elles sont satisfaisantes sur ce point, beaucoup se limitent à une suite de résultats bruts et non commentés : les correcteurs attendaient que la nature de l'intersection soit mentionnée en I.A2 (parler d'une réunion de droite suffit ; il est inutile d'en rajouter) et que les éléments de symétrie soient précisés en I.A1 (il ne suffisait pas là de dire que *le changement de  $x$  en  $-x$  laisse l'équation invariante*). De même, les correcteurs sont *sensibles* à la **présentation** des copies qui inclut, outre l'aspect visuel et l'écriture, la numérotation des questions, le respect de l'ordre de celles-ci et, lorsque c'est nécessaire, l'encadrement des résultats. Ces exigences sont en général satisfaites, mais trop de désinvoltures ont entraîné des minortations de notes.

Malgré sa grande simplicité, le sujet a désarçonné plus d'un candidat notamment car il requérait une bonne assimilation des paragraphes du cours portant sur la classification des isométries vectorielles, éléments du cours de 1<sup>ère</sup> année qui ne sont pas toujours repris en détail en 2<sup>ème</sup> année et qui, de ce fait, ont semblé bien lointains pour la majorité. Il est donc nécessaire de bien rappeler que la préparation aux concours se fait en deux années et que le programme de Première année en est partie intégrante.

## Sciences physiques

### Physique

L'épreuve comportait de nombreuses parties indépendantes de manière à ce qu'un candidat puisse toujours trouver matière à sa réflexion : principe de la propulsion à réaction, lancement d'une fusée, mouvement d'ions, chocs de photons sur une voile, déplacement d'un vaisseau spatial dans un champ newtonien, rentrée du vaisseau dans l'atmosphère.

#### Partie I

Si la plupart des candidats ont trouvé les bons résultats, peu d'entre eux ont obtenu la note maximale : le système étudié n'est pas toujours défini de manière convenable, il est bien souvent décrit comme étant isolé (alors qu'il ne l'est pas), les expressions des différentes vitesses ne sont pas toujours très claires (confusion dans les indices, entre les vitesses des sacs par rapport au chariot et celles par rapport au sol), des signes peuvent changer d'une ligne à l'autre,...