

Mathématiques

Mathématiques I

Présentation du sujet

Le problème de cette année porte sur les séries entières, avec notamment la méthode de resommation de Borel et la transformation de Laplace. Par rapport aux énoncés des années précédentes, une place plus large était faite à l'écriture d'algorithmes et à la comparaison des leurs performances.

Analyse globale des résultats

Le problème comporte peu de surprises ; de plus les séries entières sont une partie du programme sur laquelle les enseignants des classes préparatoires insistent beaucoup (à juste titre). C'est pourquoi les candidats étaient, pour la plupart, mis en confiance par le sujet abordé, et ont abordé une partie importante du problème.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

En revanche, il faut déplorer un certain nombre d'erreurs grossières, et que l'on retrouve curieusement sur un nombre anormalement important de copies :

- de nombreuses copies proposent la formule $\min(1,1/a)$ comme rayon de convergence à la question I.D, bien que a puisse être négatif ;
- toujours à la question III.A, de nombreux candidats n'hésitent pas à écrire des inégalités entre nombres complexes ;
- enfin, à la question I.G, la méthode de variation de la constante est souvent très mal utilisée : plusieurs candidats oublient de multiplier la valeur de la constante par la solution de l'équation homogène ;

Outre ces erreurs graves, mais qui ne sont la plupart du temps que des étourderies, le jury estime que plusieurs points du programme ne sont manifestement pas assimilés. Voici quelques exemples importants :

- à la question I.F, une majorité écrasante de candidats oublie que les rayons de convergence d'une série entière et de sa série dérivée sont égaux ;
- à la question I.H, plusieurs candidats oublient de mentionner explicitement l'unicité du développement en série entière ;
- à la question II.A, la plupart des candidats entreprend de diagonaliser la matrice M sans remarquer que M est diagonalisable puisque à valeurs propres distinctes ;
- à la même question, de nombreux candidats écrivent une formule de changement de base fausse (où la matrice de passage et son inverse sont interverties) ;
- la condition d'indépendance des solutions d'une équation différentielle linéaire d'ordre 2 est souvent mal comprise (question II.E) ;
- de nombreux candidats affirment à la question III.A qu'une fonction bornée sur $[0,+\infty[$ y est intégrable.

Une remarque générale : il semble que, pour étudier le rayon de convergence d'une série entière, les candidats pensent exclusivement à la règle de d'Alembert. Ce n'est pas toujours judicieux. Par exemple le I.B montre que la série $S(z)$ du I.D est somme de deux séries géométriques : quelques candidats (peu nombreux) ont fait cette remarque, qui simplifiait notablement la résolution complète de la question I.D.

Conclusion

De façon générale, le jury apprécie que les raisonnements, mettant en jeu des points importants du programme, les mentionnent de façon claire et précise. Si de nombreux candidats font des efforts louables de rédaction et de présentation de leur travail, il reste qu'une proportion importante de copies sont mal rédigées et peu lisibles. Le jury souligne que la qualité de la rédaction joue un rôle important dans l'appréciation des copies et encourage fortement les futurs candidats à faire des efforts dans cette direction.