

tions qu'ils utilisent à bon escient. Cela serait très satisfaisant si certains ne confondaient pas érudition et réflexion, introduisant des développements sans valeur argumentative, s'embarrassant en pure perte de termes grecs, de considérations philosophiques absconses ou d'un jargon critique dont ils ne font rien.

Les plus mauvais restent dans un flou conceptuel affligeant de la part de scientifiques. Par exemple, faute d'examiner les conditions qui font qu'un acte en est un, tout devient acte (les sentiments, les décisions, les intentions), ou inversement, des actes dignes de ce nom (la fuite d'Hector, la prise de parole d'Henry V) ne sont plus reconnus comme actes, le jugement moralisateur devenant souvent l'unique critère de distinction. Ainsi, Achille retiré sous sa tente est condamné comme "*boudeur et capricieux*", alors qu'il défend son honneur bafoué et revendique la place de premier des Achéens. Il en va de même pour Fabrice, constamment blâmé pour ne pas être un modèle de vertu, comme si vertu et héroïsme étaient du même ordre. Filtrée par cette grille bien-pensante, la notion d'anti-héros est appliquée au lâche, au traître, à l'égoïste... Bref, on ne saurait trop recommander de ne pas se contenter de tels clichés qu'un travail de réflexion sur le programme de l'année aurait dû faire disparaître.

Dans la forme, on retrouve les maladresses habituelles : liaisons logiques dépourvues de sens, telles que *d'ailleurs, de plus, de même* ; ou mécaniques avec l'inévitable *d'abord, ensuite, enfin*. On lit encore trop d'introductions oubliant les œuvres ou la citation de Blanchot, de conclusions bâclées, souvent introduites par : *pour conclure, finalement je pense qu'on peut dire, nous avons vu que...*

Toutefois, et cela est plutôt réconfortant, l'impression selon laquelle les candidats semblent connaître de mieux en mieux les œuvres se confirme une fois de plus.

## Mathématiques

### Mathématiques I

L'énoncé proposé portait sur les suites de fonctions continues sur  $(0,1)$  orthonormales pour le produit scalaire  $L^2$ . Dans la partie I, on faisait retrouver aux candidats les notions élémentaires sur les suites orthonormales, notions d'ailleurs classiques pour eux au moins dans le cas des séries de Fourier, comme l'inégalité de Bessel, la notion de suite totale, l'égalité de Parseval pour les suites totales, avec justement l'application du formalisme général au cas des séries de Fourier. La partie II était consacrée aux propriétés de base des fonctions lipschitziennes : elle se concluait sur une majoration de la distance d'une fonction lipschitzienne  $f$  à l'espace des polynômes trigonométriques de degré inférieur à un entier  $n$  donné en fonction de  $n$  et de la constante de Lipschitz de  $f$ . La partie IV faisait étudier le cas des polynômes de Legendre ; il fallait en particulier retrouver la suite des équations différentielles vérifiées par chaque polynôme ainsi que la relation de récurrence liant la dérivée de chaque polynôme de Legendre au polynôme d'ordre immédiatement inférieur et à sa dérivée. La partie III était beaucoup plus originale : on y faisait démontrer un résultat de Rudin sur la croissance des constantes de Lipschitz des éléments d'une suite orthonormale arbitraire de fonctions continues sur  $(0,1)$ .

Deux erreurs typographiques ont subsisté dans l'énoncé présenté aux candidats. Dans les deux premières lignes de l'énoncé de la partie III.B, il faut lire  $Y_n$  au lieu de  $F_n$ . Dans la partie II.B, il fallait évidemment démontrer que pour toute fonction  $f$  de classe  $C^1$  sur un intervalle  $I$ ,  $f$  (et non pas  $f'$ ) est lipschitzienne si et seulement si  $f'$  est bornée sur  $I$ . Il ne semble pas que ces erreurs n'aient finalement gêné que les candidats les plus faibles.

Finissons en citant quelques points importants du programme qui ne semblent pas assez bien maîtrisés par les candidats :

- a - Ce n'est pas parce que les sommes partielles d'une série sont bornées que celle-ci est convergente ; dans le cas envisagé au IB3, cet argument suffisait parce que la série que l'on considère est à termes positifs, mais encore fallait-il le dire, et justifier la convergence de la série avant d'écrire l'inégalité de Bessel.
- b - L'idée de norme d'une application linéaire est manifestement mal comprise de la très grande majorité des candidats. En effet, très peu ont compris que c'est bien de cela qu'il s'agissait au IB2) et en conséquence ont eu beaucoup de mal à traiter la question IC1b) qui reposait sur le IC1a) et le simple fait que la norme du projecteur (calculée en IB2) est 1.
- c - Il est regrettable que la presque totalité des candidats aient essayé d'utiliser le théorème de Dirichlet pour traiter la question ID2), en essayant d'écrire  $f$  comme limite uniforme des sommes partielles de sa série de Fourier, alors qu'il fallait raisonner en norme  $L^2$  et utiliser l'égalité de Parseval. Il serait souhaitable que les candidats prennent conscience du fait que la norme dans laquelle on considère le problème de l'approximation d'une fonction par sa série de Fourier correspond à des théorèmes divers et est à l'origine de résultats tout à fait différents.
- d - L'existence de la constante de Lipschitz au IIA1) repose sur le fait que toute partie non vide et majorée de  $\mathbf{R}$  y admet une borne supérieure ; malheureusement, l'énoncé précis de ce fait se trouve dans très peu de copies - il manque le plus souvent la condition d'être non vide, lorsque l'existence de la borne supérieure n'est pas affirmée sans justification ....

e - Dans le IIF1) presque personne n'a remarqué que la fonction  $f$  considérée n'était plus forcément dérivable ni à plus forte raison de classe  $C^1$  de sorte que le IIE2) ne pouvait s'appliquer directement. (Il fallait faire appel au résultat d'approximation du IID2)).

## Mathématiques II

Le sujet portait sur des décompositions de matrices en produits de matrices «simples», faciles à mettre en œuvre dans différentes applications, numériques ou théoriques.

Le problème était abordé d'emblée dans sa généralité, sans considérer dans un premier temps quelques cas particuliers, ce qui a peut-être perturbé certains candidats.

Tous les ans, nous demandons aux candidats un effort de rigueur, mais cette année, le problème nous semble encore beaucoup plus grave. A la correction des copies s'est souvent dégagée une impression de malaise, de désarroi, devant le fait que les difficultés se sont souvent posées au niveau le plus élémentaire, du langage, de la logique, de la syntaxe, voire de la grammaire.

Un exemple flagrant concerne plus de la moitié des candidats :

Au I.B.1., il était demandé de démontrer que :

«si  $A$  est (une matrice) inversible, alors il existe, au plus, un couple  $(L, U)$  - vérifiant certaines propriétés - tel que  $A = L \cdot U$ ».

Le «au plus» est manifestement apparu aux candidats comme un effet oratoire totalement superfétatoire et ils ont cru dégager l'idée essentielle en «simplifiant» la phrase :

«si  $A$  est (une matrice) inversible, alors il existe un couple  $(L, U)$  tel que  $A = L \cdot U$ ».

Faute de logique très grave !

Dès lors, quelques questions suivantes, nombre d'entre eux concluent :

«si  $A$  est (une matrice) non-inversible, alors il n'existe pas de couple  $(L, U)$  tel que  $A = L \cdot U$ ».

Seconde faute de logique très grave !

Les correcteurs ont été troublés par l'immense proportion des cas concernés. Ce n'est pas la somme de connaissances qui est en cause, mais le mode de fonctionnement de pensée.

Pour de nombreux candidats, les mathématiques semblent être devenue une science ésotérique, digne des «Mille et une nuits» où il faut trouver la formule magique, le «sésame», sans se soucier du lien logique avec l'énoncé.

Ils ne se préoccupent même pas de savoir si les formules ont un sens. Donnons quelques exemples :

- Tous d'abord «Cauchy-Schwarz» «plébiscité» par près de trois quart des candidats au IV.A.2.b., pour démontrer que la norme d'un produit de matrices se majore par le produit des normes, suivi de très loin par «Minkowsky», voire l'inégalité triangulaire.

Il existe plusieurs démonstrations, mais aucune ne fait appel à «Cauchy-Schwarz», qui d'ailleurs n'intervient que dans une structure euclidienne, ce qui n'était pas le cas ici !

- Près des trois quart des candidats écrivent aussi, au II.A.,

$${}^t_v A v = {}^t_v D v = \sum_{i=1}^n -i(v_i)^2$$

La notion de changement de base (à justifier) disparaît complètement.

- Plus anecdotique mais révélateur d'un manque de rigueur certain :

«si  $A$  est une matrice carrée symétrique de valeurs propres strictement positives, pour tout vecteur  $v$  non nul, on a :

$${}^t_v A v = \det({}^t_v A v) = \det({}^t_v) \det(A) \det(v) = \det(A) [\det(v)]^2 > 0$$

d'ailleurs, si  $v$  est de norme 1, on a :

$${}^t_{vv} = 1, \text{ donc } {}^t_v = v^{-1}.$$

Erreur digne d'une classe de seconde !

La nervosité normale d'un jour de concours ne suffit pas à expliquer des erreurs aussi grossières et les candidats ont le droit (et même le devoir) de se demander parfois si leurs assertions «peuvent» être exactes, voire ne pas être complètement dénuées de sens. Il semble que ce manque de logique, qu'on observait déjà les années précédentes, aille en s'aggravant et les candidats doivent être sensibilisés à ce problème, peut-être plus important encore que l'acquisition de connaissances.