avec lequel chacun cherche à s'exprimer à travers une image, un personnage, un rôle peut apparaître comme davantage une marque d'aliénation qu'une marque de vérité personnelle.

Maîtrise de la langue : Nous relevons quelques « tics » lexicaux et autres maladresses inspirées du langage courant : « mettre en avant », « personnage éponyme », « le côté obscur du moi », « devenir un tueur est dans les cordes de Lorenzo », « Lorenzo, une machine à tuer, s'infiltre dans le gouvernement », etc. Il faudrait éviter les formulations emphatiques : parler de « l'entité moïque » est du plus mauvais effet. La syntaxe est malmenée : on relève trop de cumuls des interrogations directe et indirecte dans la même phrase (« on se demande si le moi est-il compréhensible ») – de la troisième personne du singulier et de la première personne du pluriel (« nous on n'y peut plus rien »), etc. La légèreté avec laquelle les candidats traitent le lexique français les entraîne trop souvent à commettre des glissements de sens, qui les précipitent dans le contresens. On apprend ainsi que « chez l'homme, l'inné se substitue à l'acquis » !

Mathématiques

Mathématiques I

Présentation du sujet

Le sujet concerne l'accélération de la convergence des sommes partielles d'une série numérique de type factorielle (type défini dans le texte) et l'étude de fonctions développables en série factorielle (terme également défini dans le texte).

La première partie est l'étude d'une série numérique et la majoration de la série reste par une intégrale.

La seconde partie, très calculatoire, donne un exemple d'accélération de la convergence utilisant la majoration de la partie I.

La troisième partie concerne des séries de fonctions et établit le fait que toute série développable en série factorielle est dérivable, à dérivée continue.

La quatrième partie donne une représentation intégrale d'une fonction développable en série factorielle, écriture qui permettra de montrer dans la cinquième partie que la dérivée d'une telle fonction est elle-même développable en série factorielle.

Analyse globale des résultats

Le problème ne présente pas de difficultés majeures mais il demande de la rigueur et de la précision ; de plus, certaines questions, plus calculatoires, permettent de juger des capacités des candidats à appliquer concrètement des techniques qu'ils ont vues.

Les candidats ne doivent pas hésiter à citer intégralement un théorème qu'ils veulent appliquer, surtout s'ils ne réussissent pas à prouver que toutes les hypothèses sont vérifiées.

Les copies sont, dans leur grande majorité, agréables à lire et bien présentées.

Commentaires sur les réponses apportées et conseils aux candidats

Voici les principales difficultés rencontrées par les candidats :

Partie I

A.1 Les séries de Riemann ne sont pas toujours bien assimilées. Dès cette question, apparaît une véritable obsession pour utiliser le critère de D'Alembert.

A.2 La décomposition de la fraction rationnelle constituant le terme général de la série donne parfois lieu à des calculs longs et pénibles. La somme demandée est décomposée en différence de deux séries divergentes et la valeur 1 est attribuée à cette forme indéterminée.

B. Un dessin aurait évité de nombreuses erreurs concernant l'encadrement de la valeur prise par la fonction sur l'intervalle [n, n+1]. La décroissance de la fonction est très souvent oubliée. Le calcul de l'intégrale donne lieu à de nombreuses erreurs et même parfois à une majoration du reste par une quantité négative.

Partie II

A.1 Très peu de candidats obtiennent le maximum de points sur cette question : l'hypothèse de récurrence est rarement formulée de façon précise et est l'occasion de grosses fautes de logique. Le fait que les suites sont constituées d'entiers naturels est souvent omis dans cette question mais utilisé dans la question A.3.

A.4 De fréquentes erreurs de calcul.

B. Cette question a été très souvent sautée : même ceux qui ont trouvé de bonnes valeurs pour N en II.B.1 ou II.B.2 ne calculent pas la valeur de dzeta en 3.

Partie III

A.1 Seulement un tiers des candidats a traité cette question : certains se sont acharnés à vouloir appliquer la règle de D'Alembert, d'autres ont fait des erreurs dans le calcul du terme général de la série, enfin les développements limités, lorsque le candidat pense à les utiliser, sont parfois faux.

A.2 Le lien entre suite et série, à cause du caractère télescopique de la somme de la série, est vu dans un tiers des copies mais pas toujours exploité. La plupart utilise le fait que le terme général de la série convergente tend vers 0 et croit pouvoir en déduire que la suite des w a une limite quand n tend vers l'infini. De plus, il ne suffit pas qu'une suite convergente ait tous ses termes positifs pour que la limite soit positive.

B. Là encore, la règle de D'Alembert est utilisée à tort, étant prise comme condition nécessaire et suffisante de convergence.

C.1 Il y a très souvent confusion entre convergence absolue et convergence normale. La convergence normale de la série sur tout compact de]0, + oo[n'est pas la convergence normale sur]0, +oo[.

C.2 Le théorème de la double limite est souvent connu mais beaucoup de candidats ne voient pas que la convergence normale de la série sur tout compact de]0, + oo[n'est pas suffisante pour conclure.

D. Les exemples sont souvent donnés sans aucune justification.

E.1 La justification de la dérivabilité du terme général de la série est souvent mal faite. La phrase « d'après les théorèmes généraux, la fonction est dérivable » ne suffit pas.

E.2 La majoration nécessaire pour montrer la convergence normale n'a été que très rarement faite. Par contre, le théorème est très souvent correctement cité.

Partie IV

A.1 Les polynômes sont très souvent déclarés échelonnés alors qu'il est clair qu'ils sont tous de degré n.

A.2 Il y a souvent confusion entre polynôme et fraction rationnelle.

B. Beaucoup d'erreurs dans le calcul de l'intégrale. Le fait de trouver un résultat négatif en intégrant une fonction positive sur [0, 1] ne semble pas gênant pour certains.

C. L'hypothèse de récurrence, lorsque cette méthode est utilisée, est souvent mal formulée.

D.1 Là encore, la règle de D'Alembert est invoquée à tort.

D.2 La permutation somme intégrale n'est en général pas justifiée correctement.

Partie V

A.1 La question portant sur la dérivation d'une intégrale dépendant d'un paramètre a rarement été traitée correctement : pour certains, c'est une évidence ; pour d'autres, cela donne lieu à un flot d'hypothèses hétéroclites qu'ils cherchent en vain à justifier ; enfin certains citent correctement le théorème mais sont incapables de vérifier les hypothèses.

A.2 Le produit de Cauchy a beaucoup de succès et l'écriture du terme général du produit est en général correct.

Les questions suivantes ont été très rarement abordées.

Conclusion

Ce problème nous a semblé bien adapté à une classe de PC, d'une longueur raisonnable et a permis de bien classer les candidats. Ceux qui connaissaient bien leur cours ont été récompensés car certaines questions étaient des applications directes. La notion de convergence normale qui intervient beaucoup dans ce problème est souvent mal maitrisée et est souvent confondue avec la convergence absolue. La manipulation d'équivalents donne aussi lieu à de nombreuses erreurs. De plus, les étudiants ne doivent pas négliger les questions plus techniques ou plus calculatoires qui peuvent aussi rapporter des points.

Mathématiques II

Présentation du sujet

Le sujet de cette année proposait des méthodes de résolutions d'une équation linéaire

$$Ax = b$$

par itération. De nombreuses méthodes (à la suite de la décomposition de Cholesky) traitent le cas de matrices symétriques A.

Dans le cas d'une matrice $A \in M_n(\mathbb{R})$ symétrique réelle définie positive, la fonction numérique