

Certes ces défauts se relèvent dans d'autres concours, dans d'autres cycles d'études et à d'autres niveaux. Une telle évolution ne semble pourtant pas justifier une remise en cause de l'exercice : le jury de rédaction reste attaché à la double nature de cette épreuve, qui sollicite harmonieusement le soin de la lecture et celui de l'écriture, le sens de l'analyse et celui de la synthèse, l'art du raccourci et celui du développement, le goût de la preuve et celui de la formule. Quelques remarquables copies ont pour notre plus grande satisfaction su cette année encore combiner ces talents.

Mathématiques

Mathématiques I

Le sujet proposé reposait sur les notions de moyenne qui fournissait un « pseudo produit scalaire » sur l'espace des fonctions comparables. Les parties II et III utilisaient cette notion pour étudier respectivement quelques résultats relatifs aux fonctions presque périodiques et aux fonctions stationnaires.

Le texte s'est avéré un bon sujet d'analyse couvrant une large partie du programme et comportant un assez grand nombre de questions permettant de classer les candidats.

De longueur à priori raisonnable, il n'a cependant été traité de façon pertinente que très partiellement : la partie I assure essentiellement la note d'un grand nombre de copies. Mettant en jeu des types de raisonnement relativement élémentaires tels que :

- obtention de limites à partir des définitions de base,
- découpage d'expressions en deux ou trois parties et traitement de chacun des morceaux,
- manipulation d'intégrales de fonctions continues par morceaux sur un segment,
- utilisation de suites de CAUCHY dans \mathbb{C} ,

elle présente donc un terrain relativement familier à la plupart des candidats.

Par contre, la partie II, pourtant très progressive dans son déroulement, n'a été abordée avec quelque réussite que dans l'ensemble des questions (II,A). L'introduction des coefficients de FOURIER-BOHR des fonctions presques périodiques a généré visiblement un très grand nombre de candidats : en effet, n'ayant pas su s'approprier l'outil « produit scalaire » introduit en fin de partie I, ces candidats ont continué à manipuler les intégrales et les limites d'intégrales ce qui, inévitablement, les a conduits à raisonner de façon purement formelle principalement dans l'ensemble des questions (II,B), (II,C) et (II,D). Enfin à l'exception de quelques copies, la partie III n'a pas été abordée de façon sérieuse.

La lecture des copies suscite quelques remarques :

- 1 - De façon générale les nombres complexes constituent un outil peu ou mal maîtrisé. Par exemple, les développements de $|x + y|^2$ et de $|x + iy|^2$ relèvent de la plus haute fantaisie et l'inégalité de CAUCHY-SCHWARZ présente dans de nombreuses copies sous entend que les nombres complexes sont comparables.
- 2 - Les fonctions circulaires sont malmenées - par exemple pour de très nombreux candidats la fonction $t \mapsto e^{i\omega t}$ est 2π -périodique. On lit fréquemment qu'une somme de fonctions périodiques est périodique « sa période étant le ppcm des fonctions intervenant dans la somme ».
- 3 - De nombreux candidats ne semblent pas avoir compris qu'il faut justifier l'existence d'une limite avant d'écrire le symbole « lim » et que ce n'est donc pas en commençant par écrire « lim... » que l'on établira l'existence d'une limite.
- 4 - Les questions sont parfois lues partiellement et du coup leur enchaînement n'est pas vu. Par exemple dans la question (I,E,1) le texte indiquant que « dans un espace vectoriel E inclus dans \mathcal{M}_2 , l'application $(x, y) \mapsto \langle x, y \rangle$ est un pseudo produit scalaire : cette information n'a pas été retenue par la majorité des candidats qui passent un temps fou dans la question suivante, à démontrer ce résultat (par ailleurs de façon incorrecte dans la plupart des cas).
- 5 - Certains candidats rédigent très mal leurs démonstrations : ils multiplient les flèches (et ce de façon ascendante, descendante, latérale) accompagnées de bulles qui se veulent explicatives, n'indiquent pas les articulations logiques des raisonnements et finalement présentent une copie qui par endroits ressemble aux traces que l'on peut trouver sur un tableau après la démonstration d'un théorème ou la résolution d'un exercice.

Ceci étant dit, il convient de noter cependant une amélioration des résultats par rapport à l'an dernier : un certain nombre de conseils formulés ont été retenus et mis en pratique. De plus, on trouve quelques excellentes copies et un assez grand nombre de productions de bonne facture.

Pour terminer, on ne peut donc que rappeler aux futurs candidats la nécessité de maîtriser les outils et les définitions de base, de connaître de façon parfaite les théorèmes fondamentaux, de fournir des réponses claires et précises aux questions posées et de présenter

des raisonnements écrits en langue française.

Mathématiques II

Le sujet de cette année avait pour ambition de présenter divers aspects de la « localisation » du spectre d'une matrice complexe, problème particulièrement important en Analyse numérique mais qui intervient également par exemple dans les questions de stabilité des solutions de systèmes différentiels linéaires.

Ce sujet s'inscrivait particulièrement bien dans les thèmes d'algorithmique proposés en préambule des programmes de Mathématiques de la filière MP et comportait en outre de nombreuses questions de cours, ou proches du cours. Une large part était consacrée aux techniques bien classiques de majoration/minoration/encadrement et seule une minorité d'entre elles requérait une finesse particulière de la part des candidats. On ne peut qu'être déçu devant le flot d'aberrations que ces méthodes ont suscité et, de ce fait, on ne s'étonnera pas que ce rapport se résume au catalogue de récriminations qui va suivre.

Dans le **I.A**, il ne s'est trouvé que 80% des candidats pour connaître les axiomes exacts d'une norme, et encore un peu moins pour les vérifier complètement. Beaucoup de candidats majorent dans **C** comme si ce corps était ordonné que la multiplication y soit croissante. La majorité confond *majorant*, *maximum* et *borne supérieure*. Parmi les rares qui formulent correctement le problème du **I.A2b**, il s'en trouve encore pour écrire que le maximum est atteint pour un des vecteurs de la base canonique (confusion avec la norme « par colonne » ou mémoire infidèle ?) L'ambiguïté de la définition du **I.A3** a abusé 60% de Parisiens mais aussi 45% des provinciaux. Il fallait comprendre que la majoration indiquée ne définissait que l'aspect *matriciel* de la norme, et non la notion de *norme matricielle* dans toute son étendue. Beaucoup n'ont pas vu que le **I.A4b** demandait plus que la simple équivalence des normes (la notation C_Q correspond au *conditionnement* de la matrice Q .)

Les **I.B** et **I.C** ont dans l'ensemble rapporté peu de points. Peu de candidats ont compris que la notation ϵ invitait à faire tendre cette quantité vers 0. Le **I.B** permettait de prouver commodément la condition suffisante du **I.C**, si toutefois on avait bien en mémoire le fait que N_ϵ dépendait aussi de A .

Pour le **II.A1**, l'attente d'un dessin n'a pas toujours été comprise, non plus que l'intérêt d'avoir sur soi des instruments de traçage.

Le **II.A2** faisait démontrer le théorème d'Hadamard et ses conséquences quant aux disques de Geršchgorin. Les bons candidats ont alors eu tout loisir de creuser l'écart dans ces questions : dans le **a**), l'existence de l'indice p résulte d'une démarche bien précise, le **b**) en est une conséquence immédiate et le **c**) demande un argument supplémentaire, rarement invoqué. Le **II.A3b** requérait une utilisation fine de l'inégalité triangulaire et n'a été traité que dans quelques copies. Les candidats ont en général abandonné cette sous-partie à ce stade.

Les candidats qui ont su traiter le **II.A2** ont abordé avec profit le **II.B**, mais, le plus souvent, ces questions n'ont été l'occasion que des mêmes inepties.

Le **III.A** était manifestement une simple question de cours pour quelques-uns, mais, au contraire, dans la plupart des copies, les candidats sont partis du principe que les zéros d'un polynôme étaient des fonctions continues (voire rationnelles !) des coefficients. Le **III.B**, plus technique, n'a pratiquement jamais rapporté ne fût-ce qu'un point.

Dans le **IV.A1**, les propriétés de la norme ont été souvent omises (voir **I.A3**) et la vérification n'a été menée à son terme que par ceux qui ont reconnu une norme associée à un produit scalaire (remarque pourtant soufflée par l'énoncé). La grande majorité de ceux qui se sont attelés à la vérification axiome par axiome ont cru bon d'inventer pour la circonstance l'inégalité bien pratique mais aberrante $|a + b|^2 \leq |a|^2 + |b|^2$, ruinant par cela tout espoir de récompense, même partielle.

Le reste du **IV.A**, demandant des calculs faciles, n'a posé que très peu de problèmes.

La question de cours du **IV.B1** a été en général satisfaisante mais peu ont abordé, faute de temps, les questions suivantes.

De facture pourtant classique, cette épreuve s'est révélée très décevante à la correction. Si la présentation est souvent satisfaisante, les raisonnements en revanche souffrent souvent – et plus en province – d'erreurs trop graves. Les justifications lapidaires « il est évident que... » sont trop fréquentes et l'exemple demandé en **III.B1** n'a que rarement donné lieu à vérification complète.

Beaucoup de candidats sont peu attentifs à l'enchaînement des questions : très peu utilisent les questions **I.A2a** et **I.A2b** pour traiter le **I.A3**, et il n'est pas rare qu'une même démonstration soit répétée deux ou même trois fois (**II.A2a**, **II.A3a**, **II.B1a**).

Bien des questions relatives aux valeurs propres sont mal surmontées ou délaissées faute d'une conception claire de ce qu'est une valeur propre : la définition est sans doute connue, mais on préfère se référer au polynôme caractéristique ou aux formes réduites des matrices ; c'est particulièrement sensible aux questions **I.A2c** et **I.C**. Le même travers se retrouve à propos des matrices inversibles que certains veulent à tout prix caractériser par leur déterminant (**II.B1a** par exemple).

On peut prendre une épreuve de quatre heures pour une épreuve de vitesse, mais cette attitude est manifestement inefficace. Au contraire, ce que le correcteur attend du candidat n'est pas différent de ce qui sera attendu de lui dans sa vie professionnelle : des assertions réfléchies, étayées et non de simples premiers jets.