

1/ REMARQUES GÉNÉRALES

1.1- PRÉSENTATION DU SUJET

Le sujet est composé de trois exercices totalement indépendants. Le premier exercice était centré sur l'étude des polynômes de Laguerre définis comme les vecteurs propres unitaires d'un endomorphisme symétrique de $\mathbf{R}_n[X]$. Le second exercice avait pour but de résoudre une équation différentielle linéaire du second ordre en commençant par déterminer les solutions développables en série entière. Le troisième exercice concernait l'étude d'une marche aléatoire sur un triangle.

Le sujet avait pour objectif d'évaluer les candidats sur une vaste partie du programme des deux années de classe préparatoire ainsi que sur les six grandes compétences exposées dans le programme de la filière PC. L'indépendance des trois exercices et la progressivité de la difficulté des questions permettaient aux candidats de commencer le sujet avec les parties du programme qu'ils maîtrisaient le mieux. Le sujet était d'une longueur raisonnable afin de donner une réelle possibilité au candidat de traiter l'ensemble des questions.

1.2- PROBLÈMES CONSTATÉS PAR LES CORRECTEURS

L'objectif d'une épreuve de mathématiques ne se résume pas à évaluer les capacités calculatoires des candidats. Lorsqu'un candidat souhaite utiliser un théorème du cours, il se doit de citer et de vérifier soigneusement ses hypothèses. Il ne faut pas négliger la rédaction des raisonnements par récurrence : une majorité de candidats se contente d'indiquer que le raisonnement est trivial.

Les candidats doivent faire attention à maîtriser le vocabulaire mathématique utilisé. Par exemple, les correcteurs ont pu lire dans les copies les expressions « la dimension du polynôme » ou « le rayon de convergence est $] -R, R[$ » qui n'ont aucun sens rigoureux.

Les correcteurs souhaitent signaler que certains candidats n'ont pas respecté la consigne d'utiliser un stylo de couleur suffisamment foncée, ce qui rend la lecture de leur copie très difficile. De plus, nous recommandons aux élèves d'éviter au maximum les ratures dans leurs copies et de mettre en valeur leurs résultats.

Ajoutons quelques remarques précises sur des erreurs importantes constatées par les correcteurs :

- Il est nécessaire de justifier soigneusement la convergence des intégrales manipulées dans l'exercice 1 avant de les utiliser dans les différents calculs.
- Un espace vectoriel réel de dimension 1 ne contient pas qu'un vecteur non nul, mais une infinité de vecteurs. Certains candidats semblent avoir confondu cardinal et dimension.
- De nombreux candidats ne semblaient pas à l'aise avec les propriétés de bases sur les séries entières.
- Une partie des candidats semble ignorer qu'un produit de fonctions de classe C^2 est une fonction de classe C^2 .
- Un temps d'attente ne suit pas nécessairement une loi géométrique.

2/ REMARQUES SPÉCIFIQUES

Exercice 1 (Polynôme de Laguerre et méthode de quadrature de Gauss) :

- Q1.** La rédaction de la convergence est souvent partielle. Une majorité de candidats oublie de préciser le domaine de continuité de la fonction ou de passer par la convergence absolue pour utiliser les règles de comparaison.
- Q2.** L'argument de continuité pour le caractère défini est souvent oublié.
- Q3.** Avant de réaliser le calcul amené par l'intégration par partie, il faut citer les hypothèses du théorème (régularité des fonctions et limites du produit) et justifier la convergence des intégrales.
- Q4.** La récurrence n'est souvent pas rédigée.
- Q5.** Un polynôme de $R_n[X]$ n'est pas nécessairement de degré n .
- Q6.** Question bien traitée en général.
- Q7.** Certains candidats pensent qu'une matrice triangulaire est diagonalisable.
- Q8.** Question bien traitée en général.
- Q9.** La compréhension et la rédaction pour cette question ont souvent été très mauvaises. De nombreux candidats confondent la dimension et le cardinal.
- Q10.** Question peu abordée.
- Q11.** Question bien traitée en général.
- Q12.** Question assez bien traitée en général. Quelques candidats se sont égarés dans les calculs.
- Q13.** Question bien traitée en général.
- Q14.** La solution proposée est souvent incomplète : une partie des candidats justifie que la famille est orthogonale, mais pas qu'elle est une base.
- Q15.** Cette question a posé de nombreuses difficultés. L'équivalence est souvent oubliée et les quantificateurs mal maîtrisés.
- Q16.** Peu de candidats ont reconnu la matrice de Vandermonde.
- Q17.** Question très peu abordée.

Exercice 2 (Étude d'une équation différentielle) :

- Q18.** Le cours sur les séries entières n'est pas maîtrisé par une partie non négligeable des candidats. Plusieurs candidats ont indiqué qu'une série entière converge normalement sur son intervalle ouvert de convergence, ce qui est faux.
- Q19.** Question bien traitée en général.
- Q20.** L'unicité du développement en série entière est rarement citée.
- Q21.** Question bien traitée en général mais peu de candidat ont justifié que $r \geq 1$.
- Q22.** Question bien traitée en général.
- Q23.** Certains candidats semblent ignorer qu'un produit de fonctions de classe C^2 est une fonction de classe C^2 .
- Q24.** Il faut faire attention à la rédaction dans cette question pour bien démontrer une équivalence.
- Q25.** La résolution de l'équation différentielle est souvent bien menée, mais la rédaction pourrait être fortement améliorée. Certains candidats se contentent de vérifier que l'expression donnée dans l'énoncé est correcte, ce qui n'est pas suffisant.
- Q26.** Question bien traitée en général. Certains candidats ont oublié la constante d'intégration.
- Q27.** Question peu abordée.

Exercice 3 (Étude d'une marche aléatoire) :

- Q28.** Question très bien traitée en général.
- Q29.** Peu de candidats indiquent que (A_n, B_n, C_n) forme un système complet d'événements et utilisent la formule des probabilités totales. Les correcteurs ont lu plusieurs copies utilisant un raisonnement par récurrence, ce qui n'était pas approprié dans cette question.
- Q30.** Globalement bien traitée. Certains candidats ont oublié que M^n était donné dans l'énoncé.
- Q31.** L'interprétation est parfois très maladroite. Une expression de la forme « après une infinité de déplacements » n'a pas de sens.

- Q32.** De nombreux candidats ont omis de préciser « entre l'étape 1 et l'étape n ».
- Q33.** Question bien traitée en général.
- Q34.** La simplification explicite de la somme n'a que rarement été effectuée.
- Q35.** Les réponses trouvées sont souvent justes, mais les différentes étapes de calculs devraient être plus justifiées.
- Q36.** Quelques confusions entre évènements et probabilités. Additionner deux évènements n'a pas de sens.
- Q37.** La plupart des candidats se contentent d'une explication intuitive à la place d'un calcul justifié.
- Q38.** La formule des probabilités composées n'est presque jamais citée.
- Q39.** Question peu abordée.