

Thème

Ce sujet proposait deux exercices et un problème. Le premier était un exercice de cours sur le lien entre spectre d'un endomorphisme et polynôme annulateur. Le deuxième exercice de géométrie demandait de trouver la matrice d'une symétrie vectorielle. Le problème étudiait le résultant de deux polynômes et faisait appel à l'arithmétique des polynômes mais aussi à l'étude d'une courbe paramétrée.

Ce découpage favorisait le candidat qui pouvait aborder des thèmes non connectés entre eux.

Le texte couvrait une grande partie du programme des deux années.

Observations générales

Le sujet était plutôt accessible et de longueur raisonnable. Un certain nombre de copies ont traité la quasi-totalité du sujet même si la note de 20/20 est rare.

L'étudiant qui savait bien manipuler sa calculatrice était avantagé, il pouvait l'utiliser pour faire des calculs de produit de matrices ou de déterminants et gagner un temps précieux. On ne peut qu'encourager les futurs candidats, futurs ingénieurs, à savoir utiliser au mieux l'outil informatique. On constate que certains étudiants répondent aux questions sans chercher à utiliser toutes les hypothèses (par exemple dimension impaire dans le premier exercice) ; il est rare qu'un exercice ait trop d'hypothèses.

Par ailleurs, il est possible que la réponse à une question tienne en une ligne, il n'est aucunement nécessaire de démontrer les théorèmes du programme que l'on utilise.

C'est un sujet avec un écart type élevé qui a permis de bien classer les candidats.

Remarques détaillées par question

Premier exercice

On rencontre trop souvent : $P(u(x))$ ou $P(x)$ ce qui n'a pas de sens pour P polynôme et x vecteur.

Pour certains il y a égalité entre spectre et ensemble des racines d'un polynôme annulateur !

Il n'a pas toujours été compris que le polynôme caractéristique, de degré impair, admettait au moins une racine réelle.

Il est important de préciser qu'un vecteur propre est non nul.

Deuxième exercice

L'erreur la plus fréquente est : $S' = PS$! (ou même : $S' = PSP^{-1}$).

On rencontre aussi : $S' = \text{diag}(1, 1, 0)$.

Beaucoup d'erreurs de calcul pour les candidats peu à l'aise avec leur calculatrice.

Problème

1. On rencontre des confusions entre linéarité et bilinéarité.
Erreur classique : une application linéaire injective en dimension finie est bijective. Il est utile de préciser l'égalité des dimensions des espaces vectoriels.
Certains utilisent les théorèmes de Gauss et Bézout sans les citer.
La notion de divisibilité des polynômes est mal maîtrisée, on rencontre l'erreur : si P divise Q alors il existe une constante k tel que $Q = kP$!
2. Encore trop de candidats éprouvent des difficultés à écrire la matrice d'une application linéaire par rapport à un couple de bases donné.
3. Il n'est pas utile de démontrer les théorèmes du cours que l'on utilise. Certains ont ainsi prouvé qu'un polynôme admettait une racine multiple si, et seulement si, cette racine était aussi racine de son polynôme dérivé.
Lorsque le mot *application* apparaît, on conseille au candidat d'utiliser la question qui précède. Certains ont voulu répondre à la question (b) sans utiliser un résultant.
4. La principale erreur de cette question est que les candidats trouvent une solution unique en pensant travailler dans E .
La recherche d'une solution particulière en utilisant la matrice n'a pas inspiré beaucoup d'étudiants. Toutefois cela n'empêchait pas de répondre à la question suivante.
5. Il est surprenant de constater que l'étude d'une courbe paramétrée simple puisse poser autant de problèmes !
Il y a une grosse confusion entre asymptote et branche infinie.
Le plus surprenant est qu'après avoir tracé une parabole, l'étudiant trouve une ellipse ou une quadrique à partir de la matrice !
6. Question difficile, peu de candidats ont trouvé la bonne réponse ou même pensé à utiliser un résultant.

La moyenne de l'épreuve est de **11,32** et l'écart type est de **4,30**.