

L'épreuve portait sur une étude de la solution  $\varphi_\mu$  (notée  $\varphi$ ) du problème de Cauchy.

$$\varphi'' + \varphi = \mu \quad ; \quad \varphi(0) = \varphi'(0) = 0$$

où  $\mu$  désignait une fonction continue  $2\pi$ -périodique sur  $\mathbf{R}$ . Dans la partie I, on étudiait le caractère  $2\pi$ -périodique de  $\varphi$ , et on obtenait une condition nécessaire et suffisante portant sur les coefficients de Fourier  $a_1(\mu)$  et  $b_1(\mu)$ .

Dans les parties II et III, on étudiait un exemple explicite ( $\mu(t) = |\sin t|$ ) ; on calculait l'intégrale  $\int_{\mathbf{R}_+} e^{-t} \varphi(t) dt$  dans la partie II et on déterminait la série de Fourier de  $\varphi$  dans la partie III. Enfin dans la question III.5, on montrait que la solution  $\phi$  du problème de Cauchy :

$$\phi'' + \phi = \varphi \quad ; \quad \phi(0) = \phi'(0) = 0$$

n'était ni périodique, ni bornée (mais que la fonction  $t \mapsto e^{-t} \phi(t)$  restait intégrable sur  $\mathbf{R}_+$ )

## PARTIE 1

Dès la première question, on note une confusion dans les esprits :

- $\int_0^x \mu(t) \cos t \, dt$  est traitée comme une intégrale à paramètre ;
- on lit souvent  $\frac{d}{dx} \left( \int_0^x \mu(t) \cos t \, dt \right) = \mu(t) \cos x - \mu(0) \cos 0$  ;

L'affirmation « continue donc dérivable » n'est pas exceptionnelle.

Dans la question I.4.4, le caractère nécessaire et suffisant est souvent étudié dans un seul sens.

Les candidats éprouvent beaucoup de difficultés pour prouver qu'une fonction est non bornée (question I.4.6); on lit beaucoup d'affirmations fausses :

- le produit d'une fonction bornée et d'une fonction non bornée sur l'intervalle  $I$  est une fonction non bornée sur  $I$ .
- $|\varphi(x)| \leq |x| \Rightarrow \varphi$  non bornée.

## PRATIE 2

Cette partie était volontairement abordable et elle est plutôt bien traitée, la valeur obtenue pour  $\int_{R_+} e^{-t} \varphi(t) dt$  étant exacte mais avec une justification de l'intégration par partie souvent absente.

On peut simplement regretter le peu d'aisance avec les sommes géométriques, ce qui conduit parfois à un résultat du type  $\sum_{n=0}^{+\infty} \gamma_n = S$  avec  $\gamma_n > 0$  et  $S < 0$  sans le moindre commentaire.

## PARTIE 3

Si la question **III.1.1** est traitée correctement, curieusement, il y a souvent un blocage sur la question **III.1.2** qui utilise pourtant le même argument, sans doute en raison d'un flou des connaissances sur le théorème de Dirichlet.

En ce qui concerne les séries de Fourier de  $\mu$  et de  $\varphi$  les candidats n'éprouvent pas trop de difficultés de calcul (jusqu'à la question **III.3.3**), mais nous déplorons encore une fois les justifications "légères" ou absentes et une formule de Parseval très incertaine.

Seuls quelques bons candidats ont abordés correctement la question **III.3.4** et trouvés la valeurs de  $a_1(\varphi)$  ; de même les calculs intervenant dans la question **III.4** ne sont jamais justifiés correctement.

Enfin, les candidats abordant la question **III.5** se contentent d'affirmer que  $\phi$  est  $2\pi$ -périodique donc bornée et cela même parmi ceux qui ont trouvé que  $a_1(\varphi)$  était non nul.