

1/ CONSIGNES GÉNÉRALES

L'attention des candidats est attirée sur le fait que les textes des sujets de mathématiques nécessitent une connaissance très précise des points fondamentaux du cours.

Sont ainsi valorisés :

- l'apprentissage du cours et en particulier les démonstrations des points importants, les exercices et exemples de base ;
- les qualités de rigueur et de clarté d'exposition que l'on peut attendre d'un futur ingénieur ;
- le soin apporté à la présentation de son travail.

Un candidat de niveau moyen et qui a travaillé doit pouvoir obtenir, a minima, la moyenne.

2/ REMARQUES GÉNÉRALES

THÈME

Le sujet est constitué d'un exercice et d'un problème.

L'exercice est un exercice de probabilités complété de quelques questions d'informatique. Les premières questions sont des applications directes du cours sur la notion de schéma de Bernoulli et son lien avec la loi géométrique et sur la formule des probabilités composées.

Le problème propose de calculer les intégrales dites de Fresnel et d'appliquer le résultat à l'étude d'une somme de série de fonctions.

La première partie démontre l'existence des intégrales de Fresnel. Elle utilise les résultats au programme sur l'intégrale sur un segment, notamment le théorème fondamental de l'analyse. Elle se termine par quelques questions d'intégration numérique portant sur le programme d'informatique.

La seconde partie propose de calculer ces intégrales. Elle utilise les chapitres sur les intégrales généralisées, la convergence dominée et les intégrales à paramètre. Elle comporte aussi un calcul de primitive basé sur la décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle.

Dans la troisième et dernière partie, on étudie une série de fonctions. Les résultats utilisés sont issus des chapitres sur les suites numériques, les séries numériques et les nombres complexes.

OBSERVATIONS GÉNÉRALES

Le sujet est progressif et de longueur très raisonnable, alternant questions théoriques et questions calculatoires. Les candidats ont souvent abordé un très grand nombre de questions puisque celles-ci sont largement indépendantes. L'exercice de probabilités est particulièrement proche du cours mais n'a pas été bien réussi. En effet, un grand nombre de candidats semble avoir fait l'impasse sur les notions de fonction génératrice et sur la loi géométrique. On peut faire la même remarque sur les questions d'informatique mais la proportion de candidats ayant fait l'impasse sur cette partie du programme est beaucoup plus faible.

Pour le problème, la première partie a montré que beaucoup de candidats ne connaissent pas le théorème fondamental de l'analyse et certains le confondent avec le théorème de dérivation des intégrales à paramètre. Les questions de calcul intégral ont été mieux réussies mais les étapes des calculs n'ont pas toujours été bien justifiées.

Dans la seconde partie, les candidats ont montré une bonne connaissance des théorèmes sur les intégrales généralisées. Par contre, la vérification des hypothèses de domination a posé de gros problèmes, les candidats négligeant trop souvent la valeur absolue ou le module dans leurs majorations. Certains ont même cru possible d'encadrer des nombres complexes.

La troisième partie plus calculatoire n'a pas toujours rapporté les points escomptés par les candidats puisque les justifications des calculs n'étaient pas présentes. Les correcteurs rappellent aux candidats que toutes les réponses doivent être justifiées et correctement rédigées, même s'il s'agit de la fin du problème. Il est préférable de ne faire qu'une seule question correctement rédigée que cinq questions complètement bâclées.

La moyenne est de 10,37 et l'écart-type de 4,11.

3/ REMARQUES DÉTAILLÉES PAR QUESTION

- Q1.** Question de cours très mal réussie. La loi géométrique est mal connue, les calculs de sommes de séries sont souvent faux car les candidats ne font pas attention aux indices des sommes. La notion de fonction génératrice est mal maîtrisée et trop peu de candidats se sont souciés de l'intervalle de convergence. Son lien avec l'existence de l'espérance est très peu connu.
- Q2.** Beaucoup d'erreurs sur cette question pourtant élémentaire.
- Q3.** Question plus difficile qui demandait de décrire l'évènement $\{X = k\}$ à l'aide d'une intersection d'évènements. Pour cela le candidat devait déjà différencier les notions d'évènements et de variables aléatoires : par exemple, écrire l'intersection de deux variables aléatoires est un non-sens.
- Q4.** On est dans le cas typique d'une loi géométrique mais cette propriété semble souvent mal connue.
- Q5. et Q6.** Questions d'informatique très bien réussies sauf pour une petite minorité de candidats ayant fait l'impasse sur le programme d'informatique pour tous.
- Q7.** Le théorème fondamental de l'analyse a été trop peu utilisé et ses hypothèses très peu rappelées. Certains candidats ont cru reconnaître une intégrale à paramètre.

- Q8.** Question bien traitée.
- Q9.** Le développement en série entière est presque toujours donné mais sans précision sur le rayon de convergence. Un nombre conséquent de candidat a justifié inutilement l'intégration termes à termes alors que celle-ci est toujours possible sur tout intervalle compact inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.
- Q10.** Les hypothèses du théorème de changement de variable doivent être vérifiées.
- Q11.** Calcul bien réussi.
- Q12.** Les candidats ont compris le raisonnement à utiliser mais sa rédaction a posé des problèmes fréquents.
- Q13.** et **Q14.** Questions d'informatique bien traitées par une grande majorité de candidats.
- Q15.** Cette question a montré que certains candidats ne maîtrisent pas les nombres complexes. Le module est un réel positif et donc on ne trouve plus le complexe i dans son expression.
- Q16.** Le théorème est connu, les candidats ont pensé à localiser la domination mais ils n'ont que rarement réussi à la démontrer correctement, notamment à cause d'une mauvaise gestion du module et de manipulations erronées d'inégalités. On ne peut pas écrire des inégalités entre nombres complexes, c'est un non-sens.
- Q17.** Mêmes difficultés qu'en Q16.
- Q18.** Question mieux réussie que les deux précédentes, la domination étant plus simple à obtenir.
- Q19.** Question bien réussie dans l'ensemble mais le fait que la formule soit donnée a incité certains à 'truquer' leur calcul, ce qui a été sanctionné.
- Q20.** La décomposition en éléments simples n'a pas été réussie et les correcteurs ont été surpris de voir des « racines carrées de i » comme si le nombre complexe i était un réel positif. La suite des calculs a été plutôt bien réussie.
- Q21.** Question correctement traitée par les candidats qui sont allés au bout de cette partie.
- Q22.** Les candidats ont eu l'idée de majorer les sommes partielles mais sans prendre garde au fait que le terme général n'est pas un réel positif. Cela a conduit à de nombreux non-sens et de nombreuses erreurs de raisonnement.
- Q23.** Calcul classique mais il s'est avéré fréquent que les candidats trouvent le résultat donné avec plusieurs erreurs de calculs qui se sont autocorrigées (une sur les indices dans la somme et une autre dans le calcul de la somme géométrique).
- Q24.** Les candidats ont compris le raisonnement mais ont eu du mal à justifier le caractère borné de la suite.
- Q25.** Question souvent traitée mais très bâclée au niveau de la rédaction.

Q26. Même remarque.

Q27. La limite a souvent été calculée. Par contre, les candidats ont donné des équivalents très souvent faux et sans aucune justification. Ce n'est pas parce que c'est la dernière question du problème qu'on peut espérer récolter des points de cette manière.

4/ CONCLUSION

Voici quelques conseils pour les futurs candidats.

1. Éviter d'essayer « d'escroquer » les correcteurs en « trafiquant les calculs » ; ceci indispose fortement le correcteur.
2. Chaque hypothèse d'une question doit être utilisée et le candidat doit écrire sur sa copie à quel moment cette hypothèse est utile.
3. Certaines réponses peuvent tenir en une ou deux lignes.
4. Citer TOUS les théorèmes utilisés et rappeler sur le moment toutes les hypothèses utiles mêmes si elles figurent quelques lignes plus haut ou à la question précédente.
5. Numéroté les copies et les rendre dans le bon ordre.
6. Commencer l'épreuve par une lecture « diagonale » du sujet ; vous pourrez ainsi mieux vous imprégner du texte.
7. C'est perdre son temps que de recopier l'énoncé avant chaque réponse.
8. Prendre le temps de bien comprendre la question avant de répondre.
9. Soigner la présentation.
10. Éviter, dans une démonstration, d'utiliser le résultat qui doit être prouvé.