ministère
Éducation
nationale

EBE PHC 1
Repère à reporter sur la copie

SESSION 2010

CAPES
CONCOURS EXTERNE
ET CAFEP

Section : PHYSIQUE ET CHIMIE

COMPOSITION DE PHYSIQUE AVEC APPLICATIONS

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : *Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.*

Tournez la page S.V.P.

Chasseurs d'éclairs

Certains passionnés recherchent les conditions météorologiques propices à la formation d'orages afin de photographier des éclairs. Ils disposent de quelques outils dont l'un d'eux est une simple paire de jumelles, que nous étudierons en première partie. Dans un second temps, nous nous intéresserons au télémètre dont elle est munie, celui-ci permettant de déterminer la distance séparant l'observateur du point de chute prévisible de l'orage à venir. Enfin, nous examinerons plus précisément les mécanismes à l'origine des éclairs, les perturbations qu'ils engendrent et leurs dangers.

Le problème est constitué de trois parties indépendantes contenant chacune de nombreuses questions indépendantes entre elles.

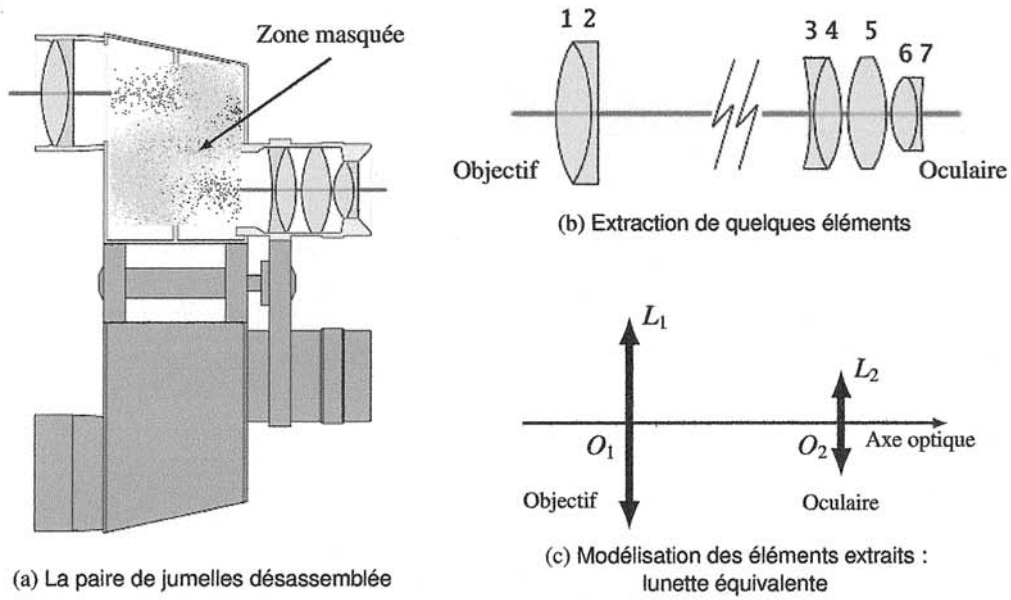
Partie A — Étude d'une paire de jumelles

L'examen de la notice d'une paire de jumelles nous permet d'obtenir les informations rassemblées dans le tableau 1, dont certaines seront explicitées plus loin si nécessaire.

Grossissement	×7	Diamètre objectif	50 mm
Angle de visée	7,3°	Champ de vision	127 m à 1 000 m
Distance minimale de mise au point	10,6 m	Pupille de sortie	7,14 mm
Dégagement oculaire	12 mm	Longueur	185 mm

Tableau 1 – Extraits de données constructeur relatives à la paire de jumelles

Démontée (voir figure 1a), la paire de jumelles se trouve être constituée d'éléments optiques assez simples : des lentilles convergentes et divergentes ainsi que des prismes dans la zone masquée.



(a) La paire de jumelles désassemblée

(b) Extraction de quelques éléments

(c) Modélisation des éléments extraits : lunette équivalente

Figure 1 – La paire de jumelles et sa modélisation

On s'intéresse, en premier lieu, aux groupes de lentilles (extraites de l'ensemble sur la figure 1b) que nous modéliserons, en entrée et en sortie, par des lentilles minces convergentes. La modélisation est présentée en figure 1c. On note f_1' et O_1 (respectivement f_2' et O_2) la distance focale image et le centre de l'objectif (respectivement de l'oculaire).

Notre but est de déduire des données constructeur figurant dans le tableau 1, les ordres de grandeur des caractéristiques optiques de ce système.
Dans tout le problème, on suppose que $f_2' = u$ et $f_1' = 7f_2' = 7u$ où u est une longueur de référence à déterminer, et que le diamètre de l'objectif est le double de celui de l'oculaire.
Différents modèles seront proposés et permettront de déterminer trois valeurs différentes de u.

A.I Les éléments du modèle

A.I.1 Qu'est-ce qu'une *lentille mince* ? Identifier, par leur numéro, les lentilles minces divergentes visibles sur la figure 1b. Définir l'objectif et l'oculaire.

A.I.2 Proposer une méthode de détermination rapide du caractère convergent ou divergent d'une lentille ne portant aucune indication. La justifier à l'aide d'une représentation graphique.

A.I.3 Ces lentilles sont utilisées dans les conditions de l'approximation de Gauss. Quelles sont ces conditions ? Quelles conséquences en découlent si elles sont respectées ?

A.I.4 Au sujet de la composition des optiques de la paire de jumelles, la notice précise que *« le baryum est la qualité de verre donnant la meilleure réfraction. Grâce à lui, les déformations périphériques et chromatiques de l'image sont limitées »*. Comment appelle-t-on les aberrations responsables des *déformations périphériques* ? À quoi sont dues les aberrations chromatiques ?

A.I.5 L'objectif et l'oculaire sont réalisés par association de plusieurs lentilles (voir figure 1b). Pour quelle raison ?

A.II Encombrement de la lunette équivalente

A.II.1 La lunette équivalente est réglée de manière à constituer un système afocal. Préciser ce que cela signifie. Quel avantage présente ce réglage pour un être humain ?

A.II.2 On appelle *longueur* ou *encombrement* de la lunette équivalente la grandeur $L_1 = \overline{O_1O_2}$ entre les centres optiques des deux lentilles. En déduire L_1 en fonction de f_1' et f_2'. Pour quelle valeur u_1 de u y a-t-il accord avec les données constructeur ?

A.II.3 Représenter sur une feuille de papier millimétré, à l'échelle 1, la lunette équivalente afocale en plaçant l'objectif à gauche de l'oculaire ; on prendra, pour simplifier la construction, $u = 1$ cm. Tous les foyers doivent être positionnés et visibles, les orientations précisées. Dessiner le trajet d'un rayon lumineux arrivant sur l'objectif et incliné d'un angle orienté α par rapport l'axe optique. On notera α' l'angle orienté, par rapport à l'axe optique, du rayon correspondant émergeant de l'oculaire.

A.II.4 Établir, à l'aide de cette représentation, l'expression algébrique du grossissement, noté G, en fonction de f_1' et f_2'. Évaluer numériquement G et commenter son signe.

A.III Le cercle oculaire

Le *cercle oculaire* délimite une surface particulière située dans un plan transverse de l'espace image. Il s'agit de l'image par l'oculaire de la monture de l'objectif. La lunette équivalente est réglée de manière à constituer un système afocal.

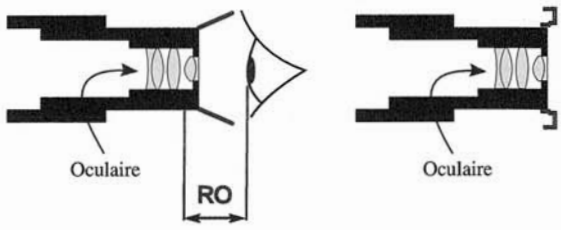
A.III.1 Pourquoi a-t-on intérêt à placer son œil au niveau du cercle oculaire ?

A.III.2 On note C la position du cercle oculaire sur l'axe optique. Déterminer littéralement, en fonction de f_1' et f_2', la grandeur $\overline{O_2C}$.

A.III.3 Le constructeur appelle *dégagement oculaire* ou *relief de l'œil* (RO), *« la distance entre l'œil et la première lentille »* (voir figure 2a).
En déduire la valeur u_2 de u (différente de u_1) que cette approche permet d'obtenir. Pourquoi certains observateurs doivent-ils replier l'œilleton (voir figure 2b) ?

A.III.4 On note D le diamètre de l'objectif et d celui du cercle oculaire. Déterminer d, d'abord littéralement en fonction de f'_1, f'_2 et D, puis numériquement à l'aide des données du tableau 1.

A.III.5 Le constructeur précise que *« le diamètre du cercle oculaire peut être obtenu en divisant le diamètre de l'objectif par le grossissement »*. En déduire la valeur constructeur correspondante et vérifier sa compatibilité avec le calcul précédent.



(a) œilleton en place (b) œilleton rabattu

FIGURE 2 – Utilisation d'un œilleton

A.III.6 Si elle existe, préciser quelle caractéristique de l'œil humain pourrait intervenir dans les choix effectués par le constructeur pour fixer la taille du cercle oculaire. S'agit-il d'une paire de jumelles destinée à être utilisée par grande ou faible luminosité ? Justifier.

A.IV Étude du dispositif redresseur à prismes

A.IV.1 Rôle du dispositif redresseur

On insère un dispositif redresseur, appelé *véhicule*, entre l'objectif et l'oculaire. Il peut s'agir d'un système de lentilles ou de prismes. Nous allons nous intéresser à un système à prismes, celui inventé par Ignazio Porro à la fin du XIXe siècle.

A.IV.1.a Que verrait-on à travers la lunette équivalente précédente si on l'utilisait sans dispositif redresseur ? La lunette de Galilée ne contient que deux lentilles et est adaptée à l'observation des objets terrestres. Expliquer en quoi elle diffère de notre lunette équivalente.

A.IV.1.b Sur le schéma ci-contre (voir figure 3), un rayon lumineux monochromatique arrive sous incidence normale sur l'hypoténuse du triangle isocèle rectangle, trace du prisme dans son plan de section principal. Toutes les faces de celui-ci sont parfaitement transparentes. L'indice du prisme est supérieur à celui du milieu extérieur.
Tracer qualitativement le parcours du rayon lumineux incident proposé sur la figure 3 s'il est réfracté à la traversée des faces du prisme. Sur le même schéma, représenter le trajet complet de ce rayon lumineux qui, une fois entré dans le prisme, est réfléchi sur les faces du prisme.

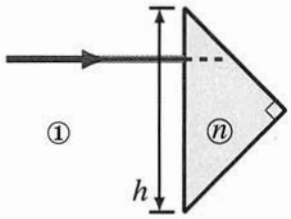


FIGURE 3 – Trajet d'un rayon lumineux à travers un prisme

A.IV.1.c Dans le cas de la réflexion totale, démontrer que la distance géométrique parcourue par le rayon lumineux dans le prisme vaut h, longueur de l'hypoténuse.

A.IV.1.d L'indice du gaz dans lequel baigne le prisme est égale à 1,00. Calculer la valeur limite de l'indice n du prisme assurant la réflexion totale dans les conditions d'éclairage de la figure 3.

A.IV.1.e Certaines paires de jumelles sont remplies de diazote gazeux en légère surpression par rapport à l'atmosphère. Pourquoi du diazote ? Pourquoi en surpression ?

A.IV.1.f Une paire de jumelles contient, dans chaque tube, deux prismes identiques à celui que nous venons de décrire (voir figure 3). Nous supposons ici que l'agencement des prismes ne sert qu'à réduire l'écartement entre les axes optiques des tubes et celui des yeux. En vous inspirant de la figure 1a, où la zone contenant les prismes a été masquée, proposer un agencement plan des prismes (qui seront accolés) et des lentilles, permettant d'assurer cette réduction d'écartement.

En réalité, la disposition des prismes n'est pas plane ce qui permet de redresser les images dans une paire de jumelles.

A.IV.2 Calcul du nouvel encombrement

La présence des prismes allonge le chemin effectivement suivi par la lumière. Nous allons déterminer cette *longueur optique* ou *encombrement* et obtenir une nouvelle valeur u_3 de u.

A.IV.2.a On s'intéresse au parcours d'un rayon lumineux monochromatique peu incliné dans une lame de verre à faces parallèles de même indice que le prisme. Le milieu extérieur est assimilé au vide.

Reproduire le schéma de la figure 4 sur votre copie et compléter le parcours du rayon lumineux jusqu'à le faire émerger de la lame de verre. Représenter un second rayon lumineux issu du point source A. En déduire graphiquement la position du point A', image finale du point A à travers la lame.

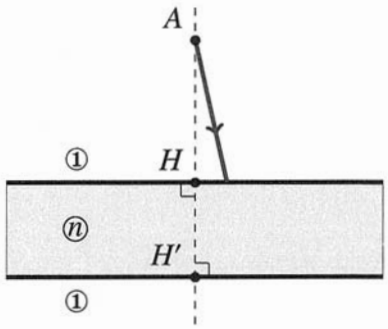


FIGURE 4 – Trajet d'un rayon lumineux incident

A.IV.2.b On rappelle que la relation de conjugaison en position du dioptre plan séparant un milieu d'indice 1 d'un milieu d'indice n s'écrit

$$\frac{\overline{HA}}{1} = \frac{\overline{HA_1}}{n}$$

où A_1 est le point image du point objet A à travers le dioptre plan, et H le projeté orthogonal de A sur le dioptre.

Écrire la relation de conjugaison liant les points A_1, A' et H' dont la position est précisée sur la figure 4. Exprimer la distance $\overline{HH'}$ en fonction de $\overline{AA'}$ et mettre cette relation sous la forme $\overline{HH'} = k_0 \cdot \overline{AA'}$, la constante k_0 ne dépendant que de l'indice n.

A.IV.2.c En présence des deux prismes, la *longueur optique* vaut $L = 8u_3 + \ell$ où ℓ correspond à la valeur de la grandeur $\overline{AA'}$ de la question précédente obtenue pour une épaisseur de lame de verre égale à $2h$.

Exprimer littéralement u_3 en fonction de L, h et n. Sachant que $L = 235$ mm et que les caractéristiques des prismes sont telles que $h = 25{,}0$ mm et $n = 1{,}67$, en déduire la valeur numérique u_3 de u, différente de u_1 et u_2.

A.V Pertinence des modèles

Les modèles proposés ne convergent pas vers une unique valeur de u. En observant l'association des lentilles `(3 ;4 ;5 ;6 ;7)`, identifier la faiblesse de la modélisation utilisée.

Partie B — Utilisation télémétrique de la paire de jumelles

Formulaire

$$\cos(a)\cdot\cos(b) = \tfrac{1}{2}[\cos(a+b)+\cos(a-b)]$$
$$\cos(a+b) = \cos(a)\cdot\cos(b)-\sin(a)\cdot\sin(b)$$

B.I Télémétrie visuelle

Certaines paires de jumelles sont équipées d'un réticule gradué permettant des mesures de distances longitudinales ou transversales (voir figure 5).

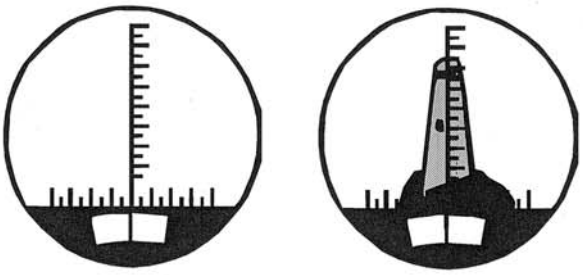


FIGURE 5 – Le phare d'Eckmühl vu depuis la mer

B.I.1 En considérant la paire de jumelles comme une simple lunette astronomique réglée de manière afocale, où doit être placé le réticule ?

B.I.2 La notice de la paire de jumelles précise son *« champ de vision »*, qui est de 127 m à 1 000 m. Calculer en degré la largeur angulaire correspondante. Quel nom la notice donne-t-elle à cette information ? On pourra se référer au tableau 1 de la partie A.

B.I.3 Sur la représentation de la figure 5, le phare d'Eckmühl occupe les deux tiers du champ de vision. Sachant qu'il culmine à 60 m, en déduire la distance qui sépare le bateau du phare.

La numérotation associée aux graduations du réticule est volontairement absente de la représentation. Sa présence facilite évidemment ces mesures qui, sur certains modèles, sont automatiques et affichées numériquement.

B.II Télémétrie automatique

Certaines paires de jumelles sont équipées d'un télémètre. Nous évoquerons ici, pour simplifier, un télémètre à ondes sonores, dont le principe peut être abordé en lycée. Toutefois, le fonctionnement des télémètres réels est différent et sera évoqué en conclusion.

B.II.1 Généralités sur les ondes sonores

B.II.1.a À qui attribue-t-on la paternité de l'équation de propagation des ondes ? Quelle est sa nationalité ? Que transporte une onde ?

B.II.1.b Quelle est la nature de l'onde lumineuse émise par un LASER ? Quelle est sa célérité dans l'air ? Quelle est la nature d'une onde sonore ? Quelle est sa célérité dans l'air dans les conditions habituelles ?

B.II.1.c Décrire l'expérience dite de la « cloche à vide ». Quelle propriété des ondes sonores met-elle en évidence ? Les ondes lumineuses possèdent-elles la même propriété ? Justifier à l'aide de l'expérience de la cloche à vide.

B.II.2 Le principe de fonctionnement du télémètre

Pour réaliser le télémètre, on place un émetteur et un récepteur à ultrason côte à côte. Ce bloc est appelé le *télémètre*. À la distance D, on place un obstacle réfléchissant les ondes sonores, que nous appellerons la *cible*. Une onde sinusoïdale, de période T, est émise par l'émetteur du télémètre, elle se réfléchit sur la cible et est détectée par le récepteur du télémètre.
Sur l'écran d'un oscilloscope, on visualise simultanément deux signaux ; celui capté (par un dispositif non décrit) en sortie de l'émetteur et celui du récepteur.

B.II.2.a On appelle *temps de vol*, noté t_v, la durée du trajet aller-retour de l'onde entre le télémètre et la cible. Exprimer t_v en fonction de la distance D séparant le télémètre de la cible et de la célérité c de l'onde.

B.II.2.b Pour illustrer le principe de la mesure, on colle la cible au télémètre, puis on l'éloigne lentement, en comptant le nombre de coïncidences, c'est-à-dire le nombre de fois où les signaux sont en phase. Pour simplifier, on suppose que lorsque $D = 0$, les signaux sont en phase. On se place dans le cas où l'on a compté exactement un nombre n de coïncidences. Exprimer D en fonction de n et de la longueur d'onde λ des ondes ultrasonores.

B.II.2.c Lors du recul de la cible, 50 coïncidences ont été comptées avant d'observer les signaux suivants sur l'écran de l'oscilloscope (voir figure 6). Dans les conditions de l'expérience, la longueur d'onde des ondes sonores valait 8,5 mm. En exploitant les données de l'enregistrement, calculer la distance séparant le télémètre de la cible.

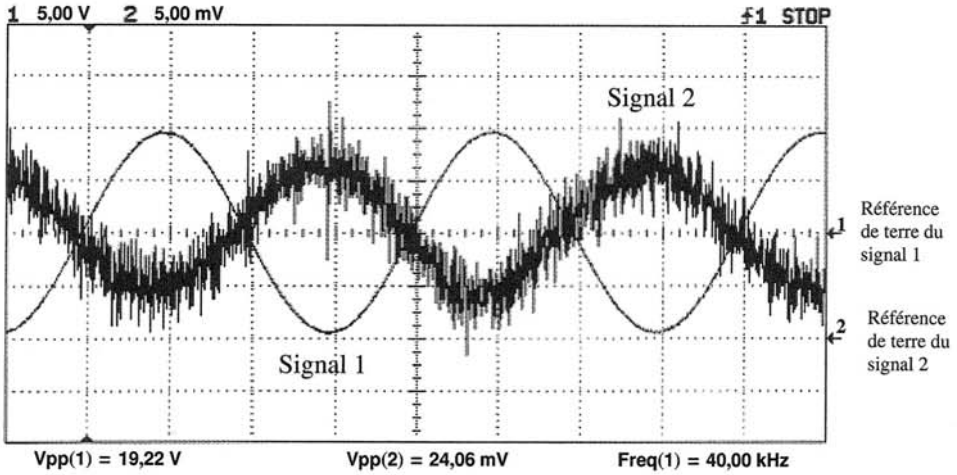


FIGURE 6 – Signaux électriques issus du télémètre

B.II.2.d Pourquoi les deux signaux de la figure 6 sont-ils si différents ? Identifier quel est, selon toute vraisemblance, le signal capté en sortie de l'émetteur et celui reçu par le récepteur.

B.II.2.e Préciser ce que sont les modes AC et DC de l'oscilloscope. Lors de l'enregistrement présenté sur la figure 6, les deux voies de l'oscilloscope étaient toutes deux réglées sur le même mode. Justifier de quel mode il s'agit.

B.II.2.f Le comptage des coïncidences a été réalisé en plaçant l'oscilloscope en mode XY. Dans le cas des signaux de la figure 6, représenter la figure que l'on obtiendrait en se plaçant dans ce mode.

B.II.2.g La température peut-elle influer sur la mesure réalisée ? Justifier.

Comme nous venons de l'entrevoir, la mesure du déphasage entre l'onde incidente et l'onde réfléchie peut nous renseigner sur la durée de l'aller-retour. Un phasemètre permet d'obtenir cette information.

Tournez la page S.V.P.

B.II.3 Quelques étages d'un phasemètre électronique de principe

L'étage principal

L'étage principal d'un phasemètre de principe est constitué d'un multiplieur suivi d'un filtre RC (voir figure 7).

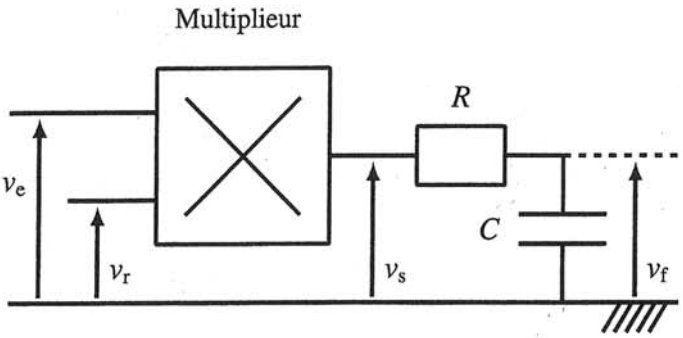


FIGURE 7 – Un étage du phasemètre

Le signal de tension $v_e(t) = v_0 \cos(\omega_0 t)$ est proportionnel à l'amplitude de l'onde sonore émise. Celui de tension $v_r(t) = v_1 \cos(\omega_0 t + \varphi)$ est proportionnel à l'amplitude de l'onde sonore reçue après réflexion. Leurs pulsations sont identiques. On souhaite mesurer le déphasage entre ces deux signaux, ce que l'on va faire au moyen du montage dont le schéma est représenté sur la figure 7.

On note $\underline{v}$ la grandeur complexe associée à la grandeur sinusoïdale $v(t)$.

B.II.3.a Un multiplieur est-il un composant actif ?

B.II.3.b Soit $v_s(t) = k\, v_e(t)\, v_r(t)$, la tension en sortie du multiplieur de constante caractéristique k. Préciser l'unité de k, donner l'expression linéarisée de $v_s(t)$ et représenter son spectre fréquentiel. Calculer la valeur moyenne de la tension $v_s(t)$.

B.II.3.c Établir l'expression complexe de la fonction de transfert du filtre RC, $\underline{H}(\mathrm{j}\omega) = \dfrac{\underline{v}_f}{\underline{v}_s}$, où ω représente la pulsation des signaux. Préciser la nature de ce filtre.

B.II.3.d Établir l'expression de son gain en décibel $G_{dB}(\omega)$ et représenter la courbe de Bode asymptotique correspondante.

B.II.3.e Établir une inégalité liant R, C et ω_0 permettant de ne sélectionner qu'une seule composante spectrale du signal $v_s(t)$. Donner, dans ces conditions, l'expression du signal $v_f(t)$. Quelle fonction réalise alors l'étage RC ?

Extraction du signal

Du fait de son trajet entre le télémètre et la cible, l'onde récupérée sous forme électrique est perturbée (voir figure 6). On modélise ces perturbations par un signal sinusoïdal de fréquence différente de celle recherchée, noté $v_b(t) = v_2 \cos(\Omega t)$. Sur les entrées du multiplieur nous avons donc en réalité les signaux $v_e(t) = v_0 \cos(\omega_0 t)$ et $v_r(t) = v_1 \cos(\omega_0 t + \varphi) + v_2 \cos(\Omega t)$.

B.II.3.f Établir l'expression linéarisée de $v_s(t)$.

B.II.3.g On suppose que $\Omega \gg \omega_0 \gg 1/(RC)$. En déduire $v_f(t)$ et conclure quant à l'intérêt de ce montage. Quel nom donne-t-on à cette technique ? Citer une expérience où cette technique peut être utilisée.

Amplification du signal

Le signal récupéré par le télémètre étant fortement atténué, une amplification est nécessaire. Les constructeurs proposent des amplificateurs d'instrumentation intégrés de structure simple, proche de celle de la figure 8. Les amplificateurs opérationnels sont idéaux et fonctionnent en régime linéaire.

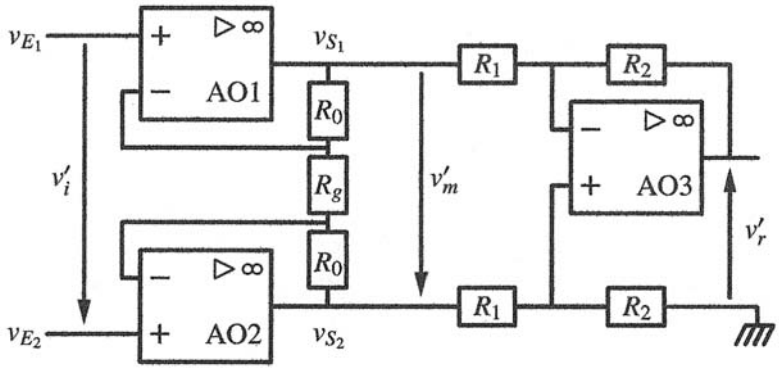


FIGURE 8 – Étage amplificateur

B.II.3.h Qu'est-ce qu'un amplificateur opérationnel idéal ? Tracer sa caractéristique. Justifier le fonctionnement en régime linéaire des amplificateurs opérationnels du circuit de la figure 8.

B.II.3.i On suppose qu'un même courant traverse les résistances R_0 et R_g. En déduire alors l'expression de $\underline{H}_{12}(\mathrm{j}\omega) = \underline{v}'_m/\underline{v}'_i$.

B.II.3.j Déterminer l'expression de $\underline{H}_3(\mathrm{j}\omega) = \underline{v}'_r/\underline{v}'_m$. En déduire que $\underline{v}'_r = \dfrac{R_2}{R_1}\left(1 + \dfrac{2R_0}{R_g}\right)\underline{v}'_i$.

B.II.3.k Pour le signal 2 de la figure 6, supposé visualisé avant amplification, estimer la valeur maximale du coefficient d'amplification à ne pas dépasser.

B.II.4 Le télémètre réel

Dans le télémètre utilisé sur certaines paires de jumelles, c'est un signal lumineux qui est utilisé pour la mesure de distance, plutôt qu'une onde sonore.

B.II.4.a Pour quelle raison privilégie-t-on l'onde lumineuse par rapport à l'onde sonore ?

B.II.4.b Si la cible se déplace le long de l'axe de visée du télémètre, le signal réfléchi diffère du signal incident. Comment est modifié le signal réfléchi si la cible approche du télémètre ? Comment se nomme cet effet ? Quelle information peut-on obtenir de son exploitation ?

Partie C — La foudre

Données numériques

Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}}$
Permittivité diélectrique du vide	$\varepsilon_0 = 8{,}9 \times 10^{-12}\ \mathrm{F \cdot m^{-1}}$
Intensité du champ de pesanteur terrestre	$g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$
Constante d'Avogadro	$N_A = 6{,}0 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$
Constante des gaz parfaits	$R = 8{,}3\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$
Charge élémentaire	$e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$

C.I Le système Terre-atmosphère

On considère que la Terre et son atmosphère constituent les deux armatures d'un condensateur sphérique. L'armature terrestre est chargée négativement, l'atmosphère positivement. Au voisinage du sol, le champ électrique créé est de l'ordre de $10^2\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$.

C.I.1 On suppose conventionnellement que le sol est de potentiel nul. Reproduire la figure 9a sur votre copie et attribuer à chacune des équipotentielles sa valeur en volts, sachant qu'elles sont séparées d'un mètre. Représenter quelques lignes de champ électrique.

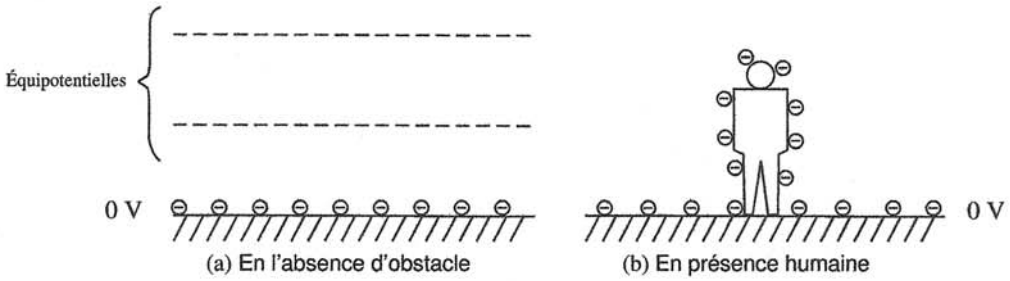


FIGURE 9 – Déformation des surfaces équipotentielles

C.I.2 Reproduire la figure 9b sur votre copie et représenter les mêmes équipotentielles que celles de la figure 9a, en tenant compte de la présence d'un homme. Représenter quelques lignes de champ électrique au voisinage de l'homme. L'observation de ces lignes de champ permet-elle de déterminer les zones de faible ou de fort champ électrique ? Justifier. Indiquer alors les zones de fort champ électrique.

C.I.3 Le système Terre-atmosphère est localement modélisable par un condensateur plan dont une armature porte la densité surfacique de charge σ supposée positive. On rappelle qu'un plan infini portant la densité surfacique de charge σ crée un champ électrique de norme $E_{\text{plan}} = \sigma/(2\varepsilon_0)$.

C.I.3.a Rappeler l'expression du champ électrique créé par une charge ponctuelle q située en un point de l'espace et vérifier ainsi l'homogénéité de l'expression précédente du champ électrique E_{plan}.

C.I.3.b Représenter le vecteur champ électrique de part et d'autre du plan infini portant la densité surfacique de charge σ. Établir, en utilisant l'expression de E_{plan} et à l'aide d'un théorème que l'on nommera, l'expression de la norme du champ électrique à l'intérieur et à l'extérieur d'un condensateur plan.

C.I.3.c Sachant que $\sigma = 1{,}1 \times 10^{-9}\ \mathrm{C \cdot m^{-2}}$, quelle valeur numérique du champ électrique à l'intérieur du condensateur plan peut-on en déduire ?

Il s'agit là, en réalité, d'une valeur moyenne, la norme du champ électrique évoluant régulièrement avec l'altitude.

C.II Le champ électrique dans la basse atmosphère

Dans la basse atmosphère, où se développent les orages, le champ de pesanteur peut être supposé uniforme et noté $\vec{g} = -g\,\vec{e_z}$. L'air est assimilé à un gaz parfait pour lequel on note $\gamma = c_p/c_v$ le rapport supposé constant entre les capacités thermiques massiques à pression constante et à volume constant. L'atmosphère est en équilibre adiabatique et l'on note $\rho(z)$ et $P(z)$ les masse volumique et pression mesurées à l'altitude z, l'axe des z étant orienté selon la verticale ascendante.

C.II.1 L'étude se fait dans un référentiel galiléen. Qu'est-ce qu'un référentiel ? Un référentiel en translation rectiligne par rapport à un référentiel galiléen est-il lui-même galiléen ? Justifier.

C.II.2 On isole par la pensée un parallélépipède élémentaire d'air, de côtés $\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$ et $\mathrm{d}z$, d'altitude comprise entre z et $z + \mathrm{d}z$, que l'on suppose en équilibre. Représenter les forces extérieures verticales agissant sur ce volume infinitésimal. Établir la relation de la statique des fluides $\mathrm{d}P = -\rho g\,\mathrm{d}z$.

C.II.3 Énoncer la loi de Laplace de la thermodynamique en fonction des variables pression P et volume V. Préciser ses hypothèses d'application. Exprimer cette loi à l'aide des variables ρ et P.

C.II.4 On suppose que l'atmosphère est en équilibre adiabatique et que les variables P et ρ sont reliées par la relation de la question précédente. L'équilibre hydrostatique étant atteint, démontrer à l'aide de la relation de la statique des fluides et de la loi Laplace, que la masse volumique peut se mettre sous la forme

$$\left[\frac{\rho(z)}{\rho_0}\right]^{\gamma-1} = 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{g\rho_0}{P_0}z \quad \text{avec} \quad P(0) = P_0 \quad \text{et} \quad \rho(0) = \rho_0.$$

C.II.5 On admet qu'il y a proportionnalité entre le champ électrique $E(z)$ et la masse volumique $\rho(z)$. Exprimer $E(z)$ en fonction du champ à proximité du sol E_0, de g, γ, R, z, de la masse molaire moyenne de l'air M et de la température T_0 au niveau du sol.

Ce champ électrique présent dans la basse atmosphère induit alors une circulation des ions qu'elle contient.

C.III Le mouvement des ions

Bien qu'électriquement neutre, l'atmosphère est constituée de nombreux ions, qui vont se déplacer dans le champ électrique. On étudie dans cette question le mouvement d'un cation, de charge e et de masse m, se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ dans le champ électrique terrestre $\vec{E}$, supposé constant et uniforme. Le champ magnétique terrestre et la pesanteur sont négligés. Lors de son déplacement, l'ion subit une force de frottement fluide $\vec{F_f} = -\lambda\vec{v}$, avec $\lambda = 5{,}0 \times 10^{-16}$ SI.

C.III.1 Citer un mécanisme à l'origine de la création des ions de l'atmosphère.

C.III.2 Établir l'équation différentielle vérifiée par $\vec{v}$.

C.III.3 En supposant nulle la vitesse initiale du cation, établir l'expression de $\vec{v}(t)$.

Tournez la page S.V.P.

C.III.4 En déduire les expressions de la vitesse limite du cation, $\vec{v_\ell}$, et de son temps caractéristique d'établissement τ. Déterminer les unités de λ.

C.III.5 On considère un champ électrique de norme égale à $E = 100\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$.

C.III.5.a On prend pour la masse du cation $m = 4{,}8 \times 10^{-26}$ kg. Déterminer les valeurs numériques de v_ℓ et τ.

C.III.5.b Est-il légitime de négliger l'action du champ de pesanteur ? Justifier numériquement.

C.III.5.c Donner un ordre de grandeur de la valeur du champ magnétique terrestre. Est-il légitime de négliger l'action du champ magnétique terrestre ? Justifier numériquement.

Ce déplacement d'ions va tendre à annuler la différence de potentiel entre la Terre et l'atmosphère. Pour maintenir le déséquilibre entre la charge terrestre et celle de l'atmosphère, il faut donc constamment recharger la Terre négativement. C'est ce que font les orages par le biais de la foudre.

C.IV La foudre

Lors d'un coup de foudre, l'air est ionisé dans un canal conduisant du sol au nuage orageux. On assimile l'éclair à un fil rectiligne infini, d'axe Oz et de rayon a, parcouru par un courant $I(t)$ uniformément réparti dans une section droite et l'on se place dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires. Un point M au voisinage de l'éclair sera repéré en représentation cylindrique, par ses coordonnées (r,θ,z).

C.IV.1 Placer sur un schéma, l'éclair, la base locale cylindrique $(\vec{e_r}, \vec{e_\theta}, \vec{e_z})$ et le point M, si l'on convient de choisir l'axe Oz ascendant.

C.IV.2 Sachant que l'activité électrique orageuse a pour effet de recharger la Terre négativement, déterminer le sens du courant $I(t)$ dans l'éclair.

C.IV.3 On s'intéresse à l'expression du champ magnétique créé par l'éclair, toujours modélisé par un fil infini de rayon a.

C.IV.3.a Montrer que ce champ est de la forme $\vec{B} = B(r,t)\,\vec{e_\theta}$.

C.IV.3.b Énoncer le théorème d'Ampère dans l'approximation des régimes stationnaires ou quasi-stationnaires.

C.IV.3.c Montrer que pour $r > a$, le champ magnétique créé par l'éclair peut se mettre sous la forme $B(r,t) = K\,I(t)/r$ et déterminer l'expression littérale du coefficient K.

C.IV.3.d Il n'est pas rare que la foudre s'abatte simultanément sur deux pylônes métalliques voisins. Si ces deux pylônes, supposés parallèles et distants de d_0, sont parcourus par des courants strictement identiques du fait de leur foudroiement, préciser la valeur du champ magnétique produit en un point du plan défini par les deux pylônes, ce point étant situé à égale distance de ceux-ci.

C.IV.3.e Quel appareil utilise-t-on habituellement pour mesurer l'intensité d'un champ magnétique ?

C.IV.4 En utilisant l'expression de la force de Lorentz, justifier que le canal de l'éclair a tendance à imploser.

C.IV.5 Quelle est l'origine du phénomène lumineux ? Et de l'émission sonore ?

La foudre engendre donc des champs magnétiques variables qui peuvent perturber les circuits électriques domestiques, ce qui va faire l'objet de la suite de notre étude.

C.V Perturbation des circuits électriques

Un coup de foudre est une décharge électrique caractérisée par des courants de fortes amplitudes et de courtes durées. Lors de la décharge d'un coup de foudre, on a réalisé l'enregistrement de $I(t)$ représenté sur la figure 10. L'intensité maximale est de 30 kA.

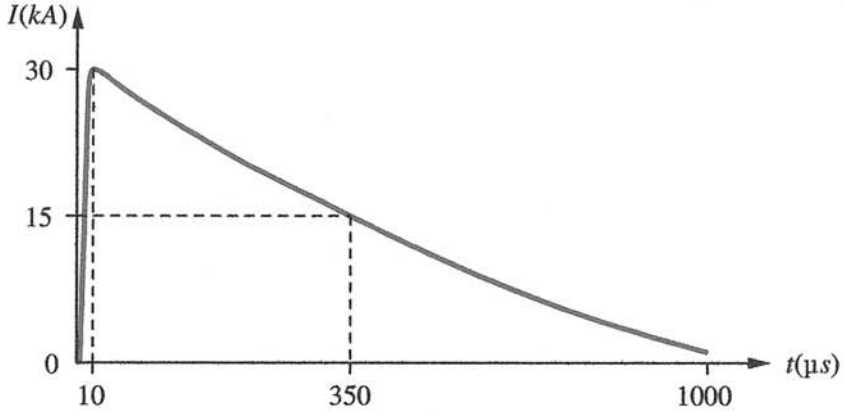


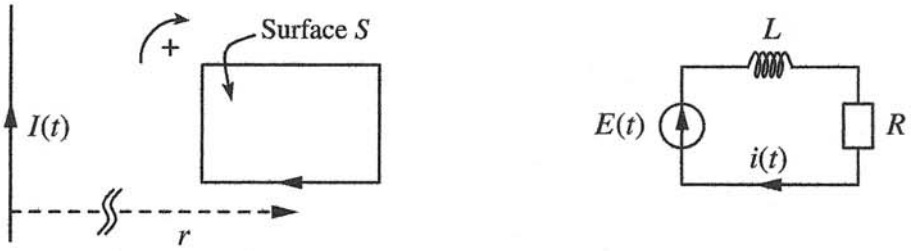
FIGURE 10 – Enregistrement de l'intensité électrique d'un coup de foudre

C.V.1 Rappeler la relation liant la charge à l'intensité d'un courant électrique. À l'aide de la figure 10, estimer la charge totale transportée par l'éclair. Donner l'intensité moyenne du courant transporté par l'éclair.

C.V.2 On peut modéliser cette courbe par une équation du type $I(t) = I_0[\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t)]$. Déterminer, en fonction de α et β, l'expression du *temps de montée* t_m de ce signal électrique, c'est-à-dire la durée nécessaire pour qu'il atteigne son maximum.

C.V.3 Ce signal est une onde de courant normalisée, de type 10/350. Cela signifie que l'intensité électrique est maximale à la date $t_1 = 10$ µs et qu'à la date $t_2 = 350$ µs, elle a atteint la moitié de sa valeur maximale. À l'aide de ces informations, poser un système de deux équations indépendantes de I_0 permettant d'obtenir les constantes α et β, que l'on ne calculera pas.

C.V.4 On considère le circuit électrique domestique d'alimentation d'une lampe. On l'assimile, pour simplifier, à un cadre rectangulaire de surface S, situé à la distance r d'un éclair (voir figure 11a).
On modélise l'éclair par un fil rectiligne vertical infini parcouru par un courant électrique d'intensité $I(t)$. Il produit un champ magnétique d'expression $B(r,t) = K\,I(t)/r$.



(a) Présentation géométrique

(b) Modélisation électrique en l'absence d'éclair

FIGURE 11 – Perturbation des circuits électriques

Le circuit électrique et l'éclair sont coplanaires et suffisamment éloignés l'un de l'autre pour que l'on puisse supposer homogène le champ magnétique au niveau du circuit.

C.V.4.a Ce circuit est le siège d'un phénomène d'induction. Quel célèbre expérimentateur l'a découvert ? Dans quelle moitié de quel siècle ?

C.V.4.b En respectant la convention d'orientation proposée sur la figure 11a, établir l'expression de la force électromotrice e induite dans le cadre par l'éclair en fonction de S, K, $I(t)$ et r. Donner les unités de e.

C.V.4.c Le circuit électrique domestique contient une alimentation alternative de force électromotrice $E(t)$, une bobine d'inductance L et la résistance R associée aux fils et à la lampe (voir figure 11b). Établir l'équation différentielle électrique complète de ce circuit en tenant compte de la perturbation due à l'orage.

C.V.4.d À quel moment du coup de foudre, enregistré sur la figure 10, la force électromotrice induite est-elle maximale ? Justifier.

Les perturbations électriques provoquées par la foudre ne sont pas seulement aériennes, elles se poursuivent dans le sol et peuvent être cause d'électrocutions.

C.VI Tension de pas

Par temps orageux, il peut être dangereux de chercher à s'abriter sous un arbre. Nous allons tenter d'en comprendre la raison.

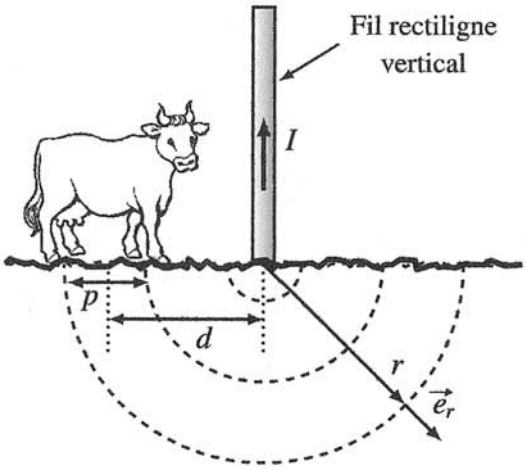


FIGURE 12 – L'électrocution par le sol

Modélisons l'éclair traversant l'arbre par un fil rectiligne vertical semi-infini, parcouru par un courant électrique ascendant d'intensité $I = 15$ kA (voir figure 12). Cette demi-droite prend fin au niveau du sol, où l'on suppose que la densité volumique de courant est radiale, de la forme $\vec{j} = j(r)\vec{e}_r$, expression dans laquelle $\vec{e}_r$ est le vecteur unitaire radial des coordonnées sphériques. L'étude est menée en régime stationnaire et l'on note $\gamma = 1\ \mathrm{S \cdot m^{-1}}$ la conductivité électrique du sol.

C.VI.1 Montrer que $j(r) = -\dfrac{I}{2\pi r^2}$.

C.VI.2 Rappeler l'expression de la loi d'Ohm locale. Exprimer le champ électrique $\vec{E} = E(r)\vec{e}_r$ dans le sol et en déduire que son potentiel vaut $V(r) = -\dfrac{I}{2\pi\gamma r}$, en le supposant nul à l'infini.

C.VI.3 Une vache se trouve à la distance moyenne d de l'arbre et la distance entre ses deux pattes avant et arrière est p (voir figure 12). Exprimer, en fonction de p et d, les potentiels au niveau des pattes avant et arrière de la vache. En supposant que $d^2 \gg (p/2)^2$, montrer que la différence de potentiel entre les pattes U_p, ou *tension de pas*, est de l'ordre de $U_p \simeq \dfrac{Ip}{2\pi\gamma d^2}$.

C.VI.4 Soit $R \simeq 2{,}5$ kΩ la résistance entre les pattes avant et arrière de la vache, distantes de $p \simeq 1{,}5$ m. À quelle distance minimale d_m du point d'impact doit-elle se trouver pour que son corps soit traversé par un courant électrique d'intensité inférieure à $I_{max} = 25$ mA ? On donnera l'expression de d_m en fonction de I, I_{max}, p, R et γ. Évaluer numériquement d_m.

C.VI.5 Expliquer pourquoi cette *tension de pas* est plus dangereuse pour une vache que pour l'homme.

IMPRIMERIE NATIONALE – 10 0327 – D'après documents fournis