Concours **EDHEC** **2009**

Classes Préparatoires

RAPPORT DE CORRECTION
MATHEMATIQUES
Option Economique

Présentation de l'épreuve :

• L'épreuve comportait, comme d'habitude, trois exercices et un problème, ce qui permettait de juger les candidats sur la presque totalité des connaissances exigées en classe préparatoire.
Le sujet balayait largement le programme des deux années et proposait dans chaque exercice des questions fines et difficiles qui ont permis aux très bons candidats de se mettre en valeur.
Les correcteurs ont trouvé le sujet abordable (mis à part l'exercice 2 et la deuxième partie du problème) et sélectif : les bons et très bons candidats pouvaient facilement faire la différence, notamment en traitant les questions techniques de l'exercice 1, l'exercice 2 et surtout le la deuxième partie du problème, tandis que les candidats de niveau moyen pouvaient tout de même tirer leur épingle du jeu en traitant, au moins en partie, les exercices 1 et 3 ainsi que le début du problème, ce qui leur permettait de montrer qu'ils avaient travaillé sérieusement les mathématiques. Quelques correcteurs signalent qu'un nombre non négligeable de candidats ont eu le temps de traiter l'essentiel.

• L'exercice 1 avait pour objectif d'étudier une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, notée f, puis d'étudier la suite (u_n) définie par $f(u_n) = n$.

• L'exercice 2 se fixait pour but d'étudier des variables aléatoires construites sur une variable aléatoire géométrique.

• L'exercice 3, où l'on considérait une variable aléatoire X de densité f, nulle sur $]-\infty, 0[$, continue et strictement positive sur $[0, +\infty[$, se proposait de montrer que la fonction g définie par $g(x) = \begin{cases} -f(x)\ln(1-F(x)) \text{ si } x \geq 0 \\ 0 \text{ si } x < 0 \end{cases}$ est aussi une fonction densité.

• Le problème, portant sur le programme d'algèbre linéaire, étudiait dans sa première partie l'application f qui à toute fonction polynomiale P associe $f(P) = P'' - 5P' + 6P$, et, dans sa deuxième partie, l'application g, qui à toute fonction réelle u de classe C^∞ associait la fonction définie par $f(u) = u'' - 5u' + 6u$.

Statistiques :
Pour l'ensemble des 3312 candidats ayant composé, la moyenne (sur 20) obtenue à cette épreuve est égale à 9,99 et l'écart-type vaut 5,78.

38 % des candidats ont une note strictement inférieure à 8 (43 % d'entre eux ayant une note inférieure à 4).
21 % des candidats ont une note comprise entre 8 et 12.
18 % des candidats ont une note supérieure ou égale à 16.

Analyse des copies :
Les correcteurs constatent encore une fois que les candidats semblent en majorité s'être préparés sérieusement et tous les exercices sont abordés dans presque toutes les copies.
Ils notent que les candidats ont des connaissances mais que la rigueur fait souvent défaut dans la rédaction de leurs démonstrations (notamment en oubliant de citer les hypothèses permettant d'appliquer un théorème ou une propriété du cours).

Il semble que l'écriture négligée ait gêné (voire agacé) de nombreux correcteurs, sans parler de l'orthographe qui est bien loin de s'améliorer. Dans l'ensemble, on observe une nette baisse de la qualité de présentation et de rédaction : les futurs candidats doivent y faire attention sous peine de sanctions.

Les copies sont, pour la plus grande part honnêtes (une majorité de candidats précisent clairement qu'ils admettent le résultat d'une question non traitée), mais les correcteurs ont constaté (comme d'habitude) que lorsque les résultats sont donnés par l'énoncé, de trop nombreux candidats trichent en essayant de faire croire qu'ils ont prouvé le résultat demandé : qu'ils sachent que ceci est vite repéré et sévèrement sanctionné.

Le nombre de copies faibles (note inférieure à 8) est en augmentation de 7 % par rapport à l'année dernière.

L'exercice 1 montre que beaucoup de candidats maîtrisent, et c'est tant mieux, les notions de base en analyse, bien qu'un nombre non négligeable d'entre eux se trompent en dérivant une fonction somme toute classique, en établissant des limites pourtant faciles et, bien sûr, en voulant établir la dérivabilité de cette fonction en 0 à l'aide d'un développement limité.

L'exercice 2 a, dans l'ensemble, été très mal traité par presque tous les candidats à la grande surprise des correcteurs qui pensaient que le calcul de $P(X > k)$ lorsque X suit la loi géométrique de paramètre p devait être à la portée d'une majorité de candidats, ce qui n'a pas été le cas.

L'exercice 3, relativement bien réussi, a tout de même révélé certaines failles sérieuses dans les connaissances de nombreux candidats sur les intégrales impropres.

Le problème a montré que trop peu de candidats sont capables de manipuler les notions d'algèbre linéaire dans un cadre un peu différent de ce qui se pratique d'habitude.

Voici une liste des quelques fautes, omissions et imprécisions les plus fréquentes (chacune d'entre elles a été trouvée sur un nombre significatif de copies) commises cette année:

Exercice 1

• Rappelons qu'on n'écrit pas « la fonction $f(x)$ » mais « la fonction f ».
• Il est bon de vérifier qu'un dénominateur est non nul plutôt que de l'affirmer sans preuve.
• La perle de l'année : « d'après le cours, $\lim_{x \to 0} \frac{x}{\ln(1-x)} = 1$ ».
• Un nombre incroyable de candidats n'ont même pas vu qu'il fallait étudier la continuité en 0 de la fonction.
• Il manque souvent l'hypothèse de continuité dans l'énoncé du théorème de la bijection.

Exercice 2

• Trop de candidats ont confondu la valeur de $P(X = k)$ avec celle de $P(X > k)$.
• Certains candidats pensent que $P(X > k) = \sum_{i=k}^{+\infty} P(X = i)$.
• De nombreux candidats écrivent des intersections de probabilités.

Exercice 3

• Trop peu de candidats justifient la convergence et la valeur de $\int_0^{+\infty} \lambda^2 x e^{-\lambda x} dx$ en citant l'espérance d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle.
• Les intégrations par parties sont très souvent mal justifiées, et même, pratiquées sur des intégrales impropres.
• Il faut absolument éviter d'affirmer qu'une fonction de répartition est strictement comprise entre 0 et 1.

Problème

• Une faute classique toujours très répandue : « la matrice A ne possède qu'une valeur propre et elle est d'ordre 3 donc elle n'est pas diagonalisable ».
• Quelque candidats étaient un peu ″à l'envers″ cette année : « $\mathrm{Ker} f = \{0\}$ donc 0 est la seule valeur propre de f ».
• Beaucoup de candidats semblent confondre inversibilité et diagonalisabilité.
• Trop de candidats oublient l'hypothèse d'une question (par exemple « u appartient à $\mathrm{Ker} g$ »), ce qui ne facilite guère la résolution de la dite question.
• Parmi les quelques candidats encore présents à la fin du problème, trop pensent que si l'on a $\alpha u + \beta v = 0$, avec u et v des fonctions positives alors les réels α et β sont nuls.

Conclusion :

Le niveau moyen reste stable bien qu'en légère baisse par rapport à l'année dernière.
Comme d'habitude, nous conseillons aux futurs candidats de travailler les mathématiques en ne perdant jamais de vue que la recherche d'une solution doit être argumentée, rigoureuse et honnête : faire semblant d'avoir trouvé ne trompe aucun correcteur.